УДК 523.985

ФОРМИРОВАНИЕ СТЕПЕННЫХ СПЕКТРОВ ЭЛЕКТРОНОВ В КОЛЛАПСИРУЮЩИХ МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

© 2007 г. С. А. Богачев^{1*}, Б. В. Сомов^{2**}

¹ Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва ² Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва Поступила в редакцию 25.05.2006 г.

Распределение по энергиям быстрых электронов, захваченных в коллапсирующую магнитную ловушку в короне Солнца, рассчитано как функция длины ловушки и ее поперечного размера. Показано, что если инжектированные в ловушку электроны имеют степенной спектр, то их спектр остается степенным с тем же наклоном в течение всего процесса ускорения и для механизма Ферми, и для бетатронного ускорения. Для электронов с тепловым спектром инжекции модель предсказывает два типа источников жесткого рентгеновского излучения— тепловые и нетепловые. Тепловые источники образуются в ловушках, в которых доминирует бетатронный механизм. Нетепловые источники со степенным спектром излучения формируются при ускорении электронов механизмом Ферми.

Ключевые слова: Солнце, солнечные вспышки, магнитное пересоединение, ускорение частиц, рентгеновское излучение, гамма-излучение.

FORMATION OF POWER-LAW ELECTRON SPECTRA IN COLLAPSING MAGNETIC TRAPS, by S. A. Bogachev and B. V. Somov. The energy distribution of the fast electrons captured into a collapsing magnetic trap in the solar corona is calculated as a function of the trap length and diameter. It is shown that if the electrons injected into the trap have a power-law spectrum, then their spectrum remains a power-law one with the same slope throughout the acceleration process for both the Fermi and betatron acceleration mechanisms. For electrons with a thermal injection spectrum, the model predicts two types of hard X-ray sources, thermal and nonthermal. Thermal sources are formed in traps in which the betatron mechanism dominates. Nonthermal sources with a power-law spectrum are formed when electrons are accelerated by the Fermi mechanism.

PACS numbers: 95.10.Ce

Key words: Sun, solar flares, magnetic reconnection, particle acceleration, X-ray emission, gamma-ray emission.

ВВЕДЕНИЕ

Ускорение частиц в космической плазме—классическая проблема астрофизики, которая, применительно к солнечным вспышкам, доступна самому всестороннему исследованию. Из наблюдений известно (см., например, Хадсон, Райан, 1995; Мирошниченко, 2001; Ашванден, 2002), что во время вспышек в атмосфере Солнца ускоряется большое число протонов и электронов до энергий, на много порядков превышающих тепловые энергии частиц в короне. Торможение этих частиц в плазме атмосферы Солнца сопровождается

мощными всплесками излучения, наблюдаемыми в жестком рентгеновском, гамма- и радиодиапазонах. Область ускорения частиц совпадает с расположенной в короне областью магнитного пересоединения и прилегающими к ней "каспами" —
шлемовидными структурами, расположенными над
аркадами вспышечных петель. Здесь в результате
процесса пересоединения образуются коллапсирующие магнитные ловушки.

Два эффекта приводят к увеличению энергии захваченных в коллапсирующую ловушку заряженных частиц — ускорение Ферми при уменьшении продольного размера ловушки (Сомов, Косуги, 1997) и бетатронное ускорение при ее сжатии в поперечном направлении. При этом дополнитель-

^{*}Электронный адрес: bogachev@sci.lebedev.ru

^{**}Электронный адрес: somov@sai.msu.ru

ное увеличение энергии, вызываемое бетатронным ускорением, в точности компенсируется уменьшением времени удержания частицы в ловушке. В результате энергия частицы в момент убегания остается такой же, как при убегании из коллапсирующей ловушки без сжатия (Сомов, Богачев, 2003).

Богачев и Сомов (2005) разработали модель ловушки, в которой в бесстолкновительном приближении учтены одновременно оба механизма ускорения. Модель позволяет понять наблюдения спутника RHESSI, в которых обнаружены источники жесткого рентгеновского излучения (HXR) в короне, излучение которых превосходит по интенсивности HXR-излучение из хромосферы. Эти наблюдения свидетельствуют о высокой эффективности захвата и ускорения электронов в коллапсирующих ловушках солнечных вспышек. Радиоизлучение из таких ловушек также должно обладать отличительными свойствами, позволяющими судить о доминирующем механизме ускорения в них (см. Сомов и др., 2005).

Физика ускорения и удержания частиц в быстро уменьшающихся магнитных ловушках имеет ряд важных особенностей, отличающих ее от физики удержания частиц в стационарных ловушках, например в магнитных петлях солнечной короны. В стационарных ловушках, где отсутствуют регулярные механизмы ускорения частиц и регулярные механизмы их высыпания, доминирующую роль играют стохастические эффекты, такие как кулоновское рассеяние частиц в конус потерь и рассеяние частиц при взаимодействии волна—частица. Модели такого типа широко распространены в физике Солнца и часто применяются для интерпретации всплесков солнечного радиоизлучения четвертого типа, а также как механизм стохастического ускорения частиц. В коллапсирующих ловушках доминируют регулярные механизмы ускорения, а именно механизм Ферми и бетатронный механизм, которые управляют питч-углом частицы и определяют момент попадания частицы в конус потерь и энергию ее убегания из ловушки. Стохастические эффекты играют в этом случае второстепенную

В последние годы получены надежные данные об интенсивности и спектре источников рентгеновского излучения в солнечной короне и хромосфере. Особый интерес представляют измерения, проведенные спутником RHESSI во время лимбовых вспышек, когда предоставляется возможность исследовать отдельно хромосферные HXR-источники, расположенные в основаниях вспышечных петель, и источники HXR-излучения в короне над солнечным лимбом. В этих исследованиях, проведенных Лин и др. (2003), Балкиунайте и др. (2004), а также рядом других авторов,

наблюдались корональные источники со степенным спектром с индексом 5—7. Интенсивность излучения коронального источника в диапазоне 10-30 кэB, измеренная на орбите Земли, была равна $10^{-1}-10^2$ фотонов см 2 с.

Несмотря на этот очевидный прогресс в наблюдениях, остается неясным механизм, ответственный за формирование источников HXR-излучения в короне и позволяющий интерпретировать экспериментальные данные RHESSI. Новые возможности для объяснения результатов этих наблюдений предоставляет модель коллапсирующей ловушки. В рамках этой модели может быть получено объяснение степенной формы HXR-спектра, рассчитана интенсивность излучения и определено число электронов, необходимое для формирования наблюдаемого потока HXR-излучения на орбите Земли. Изложение и обоснование этих утверждений является основной целью данной работы. Полученные в работе результаты могут быть использованы для объяснения наблюдений не только в HXR-диапазоне, но и в гамма- и радиоизлучении вспышек.

ФОРМИРОВАНИЕ И КОЛЛАПС ЛОВУШКИ

Появление коллапсирующих ловушек в короне Солнца связано с механизмом магнитного пересоединения (Сомов, Косуги, 1997). Ловушки образуются из трубок пересоединенных линий магнитного поля, основания которых находятся в фотосфере. Такая трубка удерживает внутри себя частицы, поскольку напряженность поля в ее основаниях $(B_{\rm m})$ больше, чем напряженность поля в вершине $(B_{\rm 0})$.

В области пересоединения магнитных полей находится высокотемпературный турбулентный токовый слой (Сомов, 1992, 2000), ускоряющий частицы и нагревающий плазму до аномально высоких температур ($T\gtrsim 100~{\rm MK}$). Предварительно ускоренные в нем частицы инжектируются в ловушку вблизи ее вершины и удерживаются в ней магнитными пробками. Электроны заметно тормозятся в ловушке за счет кулоновских столкновений и порождают тормозное ${\rm HXR}$ -излучение, которое и наблюдается как корональный источник. По мере убегания из ловушки электроны высыпаются в хромосферу, где также создают тормозное ${\rm HXR}$ -излучение.

Упростим реальную конфигурацию. Будем полагать, что электроны удерживаются в аксиальносимметричной трубке конечной длины L с полем B_0 (в начальный момент времени), минимальным в центре ловушки и увеличивающимся на краях до значения $B_{\rm m}$; величину $B_{\rm m}/B_0$ называют пробочным отношением. Такое упрощение допустимо. Ларморовский радиус электрона зависит от

величины его поперечного импульса и значения магнитного поля в ловушке и для нерелятивистских электронов при B < 100 Гс не превышает 20 см, что много меньше характерного масштаба длины, на котором меняется магнитное поле. Дрейфовые градиентные смещения электронов за время их ускорения в ловушке при B < 100 Гс и радиусе кривизны силовых линий $R_{\rm c} \sim 10^8$ см составляют менее километра. Это много меньше, чем предполагаемые размеры магнитных ловушек в короне Солнца. Кривизна линий поля в этих условиях не имеет значения.

Поперечное сжатие ловушки будем характеризовать величиной $b(t) = B(t)/B_0$. Она изменяется от b = 1 до значения $b_{\rm m} = B_{\rm m}/B_0$, при котором поле в центре ловушки становится равным полю в пробках, и ловушка перестает удерживать частицы. Вместо длины ловушки L введем параметр l(t) = $=L(t)/L_{0}$, уменьшающийся от единицы до нуля.

При уменьшении длины ловушки энергия электронов увеличивается механизмом Ферми, а при ее сжатии — бетатронным механизмом. Если ловушка уменьшается сразу в двух направлениях (продольном и поперечном), то работают оба механизма.

СПЕКТР ЗАХВАЧЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

Рассмотрим ловушку, длина и толщина которой уменьшаются. Нас интересует, как меняется со временем распределение захваченных электронов по энергии.

Богачев и Сомов (2005) показали, что если в момент инжекции в ловушку попадает N_0 нерелятивистских электронов с распределением $f_0(\mathcal{K})$, где \mathcal{K} – кинетическая энергия частицы, то при уменьшении ловушки до размеров, соответствующих заданным значениям l и b, число электронов в ней уменьшается до

$$N = N_0 \frac{l\sqrt{b_{\rm m} - b}}{\sqrt{1 + (b_{\rm m} - b)l^2}},\tag{1}$$

а их функция распределения, нормированная по закону

$$dN = 2\pi N_0 f(\mathcal{K}) \sqrt{\mathcal{K}} d\mathcal{K} \sin \alpha d\alpha,$$

принимает вид

$$f(\mathcal{K}, \alpha) = \frac{l}{b} f_0(\mathcal{K} A_\alpha), \tag{2}$$

где

$$A_{\alpha} = \frac{1 + (bl^2 - 1)\cos^2\alpha}{b}$$

— функция безразмерных параметров l и b и питчугла α .

Поскольку, согласно формуле (1), число захваченных в коллапсирующую ловушку электронов стремится к нулю при $l \to 0$, введем их энергетический спектр, $f(\mathcal{K})$, нормированный так, что

$$dN = 4\pi N f(\mathcal{K}) \sqrt{\mathcal{K}} d\mathcal{K}, \tag{3}$$

где N — число частиц в ловушке (1).

Запишем число электронов (3) в интервале энергий $d\mathcal{K}$ как интеграл от распределения $f(\mathcal{K},\alpha)$ по питч-углу α вне конуса потерь:

$$dN = 2\pi N_0 \sqrt{\mathcal{K}} \int_{\alpha_{\rm esc}}^{\pi - \alpha_{\rm esc}} f(\mathcal{K}, \alpha) \sin \alpha d\alpha, \quad (4)$$

где конус потерь определен формулой

$$\cos \alpha_{\rm esc} = \sqrt{1 - B/B_{\rm m}} = \sqrt{1 - b/b_{\rm m}}.$$

Приравнивая (3) и (4), с учетом (2), получаем

$$f(\mathcal{K}) = \frac{N_0}{N} \frac{l}{b} \int_{lpha_{
m esc}}^{\pi/2} f_0(\mathcal{K} A_{lpha}) \sin lpha dlpha$$

или, после замены переменной $x \equiv \cos \alpha$,

$$f(\mathcal{K}) = \frac{N_0}{N} \frac{l}{b} \int_{0}^{\sqrt{1 - b/b_{\rm m}}} f_0(\mathcal{K}A_x) dx, \qquad (5)$$

где

$$A_x = \frac{1 + x^2(bl^2 - 1)}{b} \tag{6}$$

— функция, аналогичная функции A_{α} , но зависящая не от питч-угла α , а от переменной интегрирования x.

Формула (5) описывает распределение захваченных электронов по энергии для любого спектра инжекции $f_0(\mathcal{K}_0)$, например степенного и максвелловского. В первом случае

$$f_0(\mathcal{K}_0) = C_0 \mathcal{K}_0^{-\phi}. \tag{7}$$

Подставив (7) в (5), находим

$$f(\mathcal{K}) = C\mathcal{K}^{-\phi}$$
.

Таким образом, степенной спектр электронов в коллапсирующей ловушке остается степенным с постоянным показателем ϕ , а коэффициент C при этом увеличивается по формуле

$$C(b, l) = C_0 \frac{\sqrt{1 + (b_{\rm m} - b)l^2}}{b\sqrt{b_{\rm m} - b}} \times \int_{-\infty}^{\sqrt{1 - b/b_{\rm m}}} \left[1 + x^2(bl^2 - 1)\right]^{-\phi} da$$

$$\times \int_{0}^{\sqrt{1-b/b_{\rm m}}} \left[\frac{1+x^2(bl^2-1)}{b} \right]^{-\phi} dx.$$

Если ловушка сжимается в поперечном направлении, а ее длина остается постоянной, то в этом частном случае, соответствующем бетатронному ускорению,

$$C = \lim_{b \to b_{\rm m}} C(b, l = 1) = C_0 b_{\rm m}^{\phi - 1.5}.$$

Теперь исследуем спектр захваченных электронов, если в момент инжекции он был тепловым с температурой T_0 :

$$f_0(\mathcal{K}_0) = \frac{1}{4\pi} \frac{2}{\sqrt{\pi k^3 T_0^3}} \exp\left(-\frac{\mathcal{K}_0}{kT_0}\right).$$
 (8)

Подставляя (8) в (5), находим

$$f(\mathcal{K}) = \frac{N_0}{N} \frac{l}{b} \frac{1}{4\pi} \frac{2}{\sqrt{\pi k^3 T_0^3}} \times \tag{9}$$

$$\times \int_{0}^{\sqrt{1-b/b_{\rm m}}} \exp\left(-\frac{\mathcal{K}A_x}{kT_0}\right) dx.$$

Учтем формулы (1) и (6) для числа частиц N и функции A_x . После их подстановки в (9) получаем

$$f(\mathcal{K}) = \frac{\sqrt{1 + (b_{\rm m} - b)l^2}}{b\sqrt{b_{\rm m} - b}} \frac{1}{4\pi} \times \tag{10}$$

$$\times \frac{2}{\sqrt{\pi k^3 T_0^3}} \exp\left(-\frac{\mathcal{K}}{bkT_0}\right) \times$$

$$\times \int_{0}^{\sqrt{1 - b/b_{\rm m}}} \exp\left(-\frac{\mathcal{K}}{kT_0} \frac{bl^2 - 1}{b} x^2\right) dx.$$

Входящий в правую часть формулы (10) интеграл приводится к интегралу ошибок $\operatorname{erf}(x)$ (см. Янке и др., 1968). Поэтому искомая функция распределения электронов принимает вид

$$f(\mathcal{K}) = \frac{1}{bkT_0} \frac{\sqrt{C^2 + 1}}{C} \frac{1}{4\pi\sqrt{\mathcal{K}}} \times \tag{11}$$

$$\times \exp\left(-\frac{\mathcal{K}}{bkT_0}\right) \operatorname{erf}\left(C\sqrt{\frac{\mathcal{K}}{bkT_0}}\right),$$

где

$$C = \sqrt{(1 - b/b_{\rm m})(bl^2 - 1)}$$

Формула (11) показывает, что если распределение электронов по энергии в момент инжекции было тепловым, то при ускорении в коллапсирующей ловушке оно не остается максвелловским, а модифицируется, причем разным образом для бетатронного механизма и ускорения Ферми.

Снова рассмотрим оба случая отдельно.

Если ловушка сжимается в поперечном направлении, то ускорение электронов осуществляется бетатронным механизмом и продолжается до тех пор, пока поле в ловушке не станет равным полю в пробках. Вычисляя соответствующий предел $b \to b_{\rm m}$ для формулы (11) при условии l=1, получаем энергетическое распределение захваченных электронов в виде

$$\lim_{b \to b_{\rm m}} f(\mathcal{K}) = \frac{1}{4\pi} \frac{2}{\sqrt{\pi k^3 (b_{\rm m} T_0)^3}} \times \tag{12}$$

$$\times \exp\left(-\frac{\mathcal{K}}{k b_{\rm m} T_0}\right).$$

Формула (12) представляет собой распределение Максвелла с температурой $b_{\rm m}T_0$. Таким образом, в сжимающейся ловушке с начальным пробочным отношением $b_{\rm m}$ спектр захваченных электронов (а следовательно, и спектр их тормозного излучения) меняется в последовательности: тепловой с температурой $T_0 o$ нетепловой o тепловой с температурой $b_{\mathrm{m}}T_0$. Заметим, что кинетическая энергия частицы при бетатронном ускорении распределяется между степенями свободы не равномерно, а в следующих пропорциях. Продольная температура частиц при сжатии ловушки не меняется и остается равной $(1/3)T_0$, а поперечная температура увеличивается с $(2/3)T_0$ до $(b_{\rm m}-1/3)T_0$. Это и приводит к полученному выше результату для проинтегрированного по углам энергетического спектра ускоренных электронов.

Если же ловушка уменьшается в продольном направлении, но не сжимается, то ускорение частиц в ней осуществляется механизмом Ферми. Положив в формуле (11) b=1, видим, что коэффициент C в этом случае становится мнимым, но распределение $f(\mathcal{K})$, разумеется, остается действительным. При $l\to 0$ это распределение захваченных электронов стремится к

$$\lim_{l \to 0} f(\mathcal{K}) = \frac{1}{kT_0} \frac{1}{\sqrt{b_{\rm m} - 1}} \frac{1}{4\pi\sqrt{\mathcal{K}}} \times \tag{13}$$

$$\times \exp\left(-\frac{\mathcal{K}}{kT_0}\right) \operatorname{erfi}\left(\sqrt{\frac{b_{\rm m} - 1}{b_{\rm m}}} \sqrt{\frac{\mathcal{K}}{kT_0}}\right),$$

где erfi(x) — мнимое значение функции ошибок (Янке и др., 1968, стр. 72):

$$\operatorname{erfi}(x) = -i\operatorname{erf}(ix) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} \exp(t^{2}) dt.$$

В ловушке, в которой доминирует механизм Ферми, изменение спектра электронов (и, как следствие, спектра их тормозного излучения) происходит иначе, чем в ловушке с бетатронным ускорением, и проходит следующие стадии: тепловой

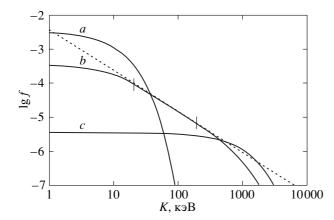


Рис. 1. Энергетический спектр захваченных электронов в ловушке с пробочным отношением $b_{\rm m}=100$: a- начальное тепловое распределение с температурой $T=10^8$ K; b- конечное распределение частиц при уменьшении длины ловушки—ускорение Ферми; штриховая прямая показывает наклон степенного участка спектра; c- конечное тепловое распределение электронов при поперечном сжатии ловушки— бетатронное ускорение.

спектр с начальной температурой $T_0 \to$ нетепловой спектр \to нетепловой спектр с эффективной температурой $T_{\rm eff} = T_0 (b_{\rm m} + 2)/3$ (см. Богачев, Сомов, 2005). Эффективная температура $T_{\rm eff}$ характеризует среднюю кинетическую энергию захваченных электронов, число которых стремится к нулю при $l \to 0$ согласно формуле (1). Так как пробочное отношение $b_{\rm m}$ по определению больше единицы, то температура удерживаемых частиц при их ускорении бетатронным механизмом, равная $b_{\rm m}T_0$, оказывается выше, чем эффективная температура частиц, ускоряемых механизмом Ферми.

Результаты вычислений для ловушек обоих типов представлены на рис. 1. Кривая a показывает максвелловский спектр в момент инжекции электронов в ловушку, b — спектр ускоренных электронов при $l \to 0$, вычисленный по формуле (13), c — спектр при $b \to b_{\rm m}$, вычисленный по формуле (12).

Распределение, которое формируется при ускорении тепловых электронов механизмом Ферми, сильно отличается от максвелловского в диапазоне энергий 20—200 кэВ. Здесь по мере уменьшения длины ловушки формируется прямолинейный участок спектра, на котором распределение электронов по кинетической энергии является степенным: $f \sim \mathcal{K}^{-\varphi}$, где φ — показатель наклона спектра, зависящий от пробочного отношения ловушки $b_{\rm m}$.

На рис. 2 показаны спектры электронов при ускорении Ферми в ловушках с разными пробочными отношениями $b_{\rm m}$. Во всех трех случаях спектр является степенным, но с разным наклоном, который зависит от величины пробочного отношения:

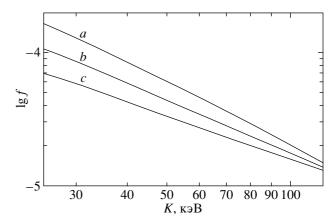


Рис. 2. Форма степенного участка спектра в зависимости от пробочного отношения $b_{\rm m}$ ловушки: $a-b_{\rm m}=25,$ $b-b_{\rm m}=50,$ $c-b_{\rm m}=100.$

спектры жестче в ловушках с бо́льшим $b_{\rm m}$. С ростом $b_{\rm m}$ растет и протяженность области степенного спектра в сторону высоких энергий: при $b_{\rm m}=25$ степенной спектр "обрывается" на энергиях $130{-}150$ кэВ, а при $b_{\rm m}=100$ продолжается до $0.5{-}1.0$ МэВ. Минимальная энергия электронов, начиная с которой спектр становится степенным, в зависимости от $b_{\rm m}$ почти не изменяется и равна примерно $15{-}20$ кэВ.

МЕРА ЭМИССИИ ТОРМОЗНОГО НХR-ИЗЛУЧЕНИЯ

Излучательную способность ловушки в HXRдиапазоне характеризуют мерой эмиссии

$$ME = \int_{0}^{V} n_1 n_2 dV.$$

Она зависит от концентраций взаимодействующих частиц n_1 (электроны) и n_2 (протоны) и от объема V излучающей области. Определим ME как функцию длины ловушки и ее поперечного размера. После интегрирования по объему ловушки получаем

$$ME = N_e n_p, (14)$$

где N_e — полное число электронов в ловушке, а n_p — концентрация протонов. Число частиц определяется формулой (1), а формула для их концентрации была выведена Богачевым и Сомовым (2005):

$$n = n_0 \frac{b\sqrt{b_{\rm m} - b}}{\sqrt{1 + (b_{\rm m} - b)l^2}}.$$
 (15)

Подставляя (15) и (1) в (14), получаем

$$ME = ME_0 \frac{bl(b_{\rm m} - b)}{1 + (b_{\rm m} - b)l^2},$$
 (16)

где ME_0 — начальная мера эмиссии, равная произведению концентрации протонов на число электронов в момент инжекции:

$$ME_0 = n_{p0}N_{e0}.$$

Если уменьшение ловушки происходит только в одном направлении, то формула (16) упрощается: для ускорения Ферми

$$ME = ME_0 \frac{l(b_{\rm m} - 1)}{1 + (b_{\rm m} - 1)l^2},$$
 (17)

а для бетатронного ускорения

$$ME = ME_0 \frac{b(b_{\rm m} - b)}{1 + (b_{\rm m} - b)}.$$
 (18)

Результаты вычислений по формулам (17), (18) представлены на рис. 3. Согласно им мера эмиссии в ловушках с бетатронным ускорением увеличивается сильнее, чем в ловушках с ускорением Ферми. Электроны внутри бетатронных ловушек производят более интенсивное тормозное излучение, чем электроны в ловушках Ферми.

СПЕКТР И ИНТЕНСИВНОСТЬ НХR-ИЗЛУЧЕНИЯ

Итак, мы нашли спектр электронов $f(\mathcal{K})$, захваченных внутри коллапсирующей ловушки. Рассчитаем спектр их тормозного HXR-излучения $\Phi(\varepsilon_X)$. В интервале энергий $[\varepsilon_X, \varepsilon_X + d\varepsilon_X]$ за одну секунду производится $\Phi(\varepsilon_X) d\varepsilon_X$ фотонов энергии ε_X :

$$dN_X = \Phi(\varepsilon_X) d\varepsilon_X.$$

Полная энергия, излучаемая из ловушки в этом же интервале энергий, равна

$$dI_X = \Phi(\varepsilon_X)\varepsilon_X d\varepsilon_X. \tag{19}$$

Связь между числом излучающих электронов $dN_{\mathcal{K}}$ и числом произведенных ими фотонов dN_X устанавливается формулой

$$\frac{dN_X}{d\varepsilon_X} = n_p \int_{\varepsilon_X}^{\infty} v_e(\mathcal{K}) \sigma(\mathcal{K}, \varepsilon_X) dN_{\mathcal{K}}(\mathcal{K}),$$

где n_p — концентрация протонов в области излучения, v_e — скорость электрона, σ — дифференциальное сечение тормозного излучения. Выражая число фотонов через спектр их излучения $\Phi(\varepsilon_X)$ по формуле (19), а число электронов через их распределение $f(\mathcal{K})$ по формуле (3), получаем

$$\Phi(\varepsilon_X) = 4\pi n_p N_e \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} v_e(\mathcal{K}) \sigma(\mathcal{K}, \varepsilon_X) f(\mathcal{K}) \sqrt{\mathcal{K}} d\mathcal{K}.$$
(20)

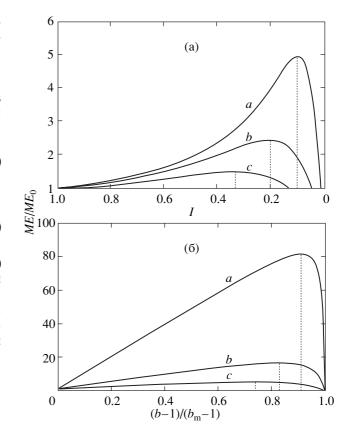


Рис. 3. Мера эмиссии из коллапсирующей ловушки как функция степени ее сжатия в продольном (а) и поперечном (б) направлениях. Вычисления проведены для трех пробочных отношений: $a-b_{\rm m}=10,\ b-b_{\rm m}=25,\ c-b_{\rm m}=100.$ Вертикальные штриховые линии отмечают моменты достижения максимума потока HXR-излучения.

Наиболее интенсивное нетепловое рентгеновское излучение солнечных вспышек регистрируется в диапазоне 20—100 кэВ и производится преимущественно электронами таких же энергий. С учетом этого достаточно привести нерелятивистские формулы. Скорость электронов выразим через их кинетическую энергию:

$$v_e(\mathcal{K}) = \sqrt{2\mathcal{K}/m_e}.$$
 (21)

Для сечения тормозного излучения в нерелятивистском приближении воспользуемся формулой (Берестецкий и др., 2001)

$$\sigma(\mathcal{K}, \varepsilon_X) = \frac{8\alpha r_0^2}{3} \frac{m_e c^2}{\mathcal{K}\varepsilon_X} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \varepsilon_X/\mathcal{K}}}{1 - \sqrt{1 - \varepsilon_X/\mathcal{K}}}, \quad (22)$$

где r_0 — классический радиус электрона $(2.82 \times 10^{-13} \, {\rm cm}), \, \alpha \sim 1/137$ — постоянная тонкой структуры.

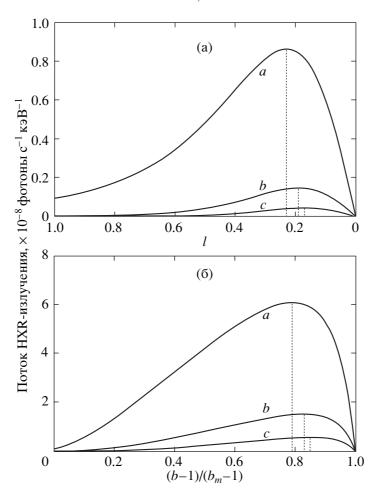


Рис. 4. Поток излучения из ловушки в трех диапазонах: a-25 кэB, b-50 кэB, c-75 кэB, как функция степени сжатия ловушки в продольном (а) и поперечном (б) направлениях.

Подставляя (21) и (22) в формулу (20), получаем

$$\Phi(\varepsilon_X) = C_X \frac{n_p N_e}{\varepsilon_X} \times$$

$$\times \int_{\varepsilon_X}^{\infty} f(\mathcal{K}) \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \varepsilon_X / \mathcal{K}}}{1 - \sqrt{1 - \varepsilon_X / \mathcal{K}}} d\mathcal{K},$$
(23)

где

$$C_X = 4\pi \frac{8\alpha r_0^2}{3\sqrt{m_e/2}} m_e c^2 =$$

$$= 1.86 \times 10^{-14} \frac{\text{cm}^3 \text{ k} 9\text{B}^{1/2}}{\text{c}}.$$

Формула (23) устанавливает связь между "мгновенным" распределением захваченных в ловушку электронов и спектром их тормозного излучения. Если распределение $f(\mathcal{K})$ является степенным с показателем ϕ и поскольку медленно меняющийся логарифмический множитель можно считать константой по сравнению с показательной

функцией, то спектр производимого излучения также оказывается степенным с наклоном $\phi+1$. Это хорошо известное предсказание модели тонкой мишени для излучения электронов в разреженной плазме.

Выражая величины N_e , $f(\mathcal{K})$ и n_p через их значения в момент инжекции по формулам (1), (5) и (15), получаем

$$\Phi(\varepsilon_X, l, b) = C_X \frac{n_{p0} N_{e0}}{\varepsilon_X} \frac{l\sqrt{b_{\rm m} - b}}{\sqrt{1 + (b_{\rm m} - b)l^2}} \times (24)$$

$$\times \int_{\varepsilon_X}^{\infty} \int_{0}^{\sqrt{1-b/b_{\rm m}}} f_0(\mathcal{K}A_x) \ln \frac{1+\sqrt{1-\varepsilon_X/\mathcal{K}}}{1-\sqrt{1-\varepsilon_X/\mathcal{K}}} dx d\mathcal{K}.$$

Тем самым решена задача о расчете спектра излучения из ловушки по заданному спектру инжекции. Решение обратной задачи — восстановление спектра инжекции f_0 по наблюдаемому спектру излучения Φ — более сложно, так как по отношению

Поток HXR-излучения (число фотонов в секунду) из ловушки в максимуме всплеска, нормированный на число инжектированных электронов

$b_{ m m}=3$			$b_{ m m}=10$			$b_{ m m}=100$		
25 кэВ	50 кэВ	75 кэВ	25 кэВ	50 кэВ	75 кэВ	25 кэВ	50 кэВ	75 кэВ
Поток из бетатронной ловушки								
4.9×10^{-9}	5.2×10^{-10}	8.9×10^{-11}	6.1×10^{-8}	1.5×10^{-8}	5.8×10^{-9}	9.0×10^{-7}	3.5×10^{-7}	2.0×10^{-7}
Поток из ловушки Ферми								
1.6×10^{-9}	1.0×10^{-10}	1.4×10^{-11}	8.7×10^{-9}	1.5×10^{-9}	4.6×10^{-10}	5.3×10^{-8}	1.7×10^{-8}	8.3×10^{-9}
Отношение потоков								
3.1	5.2	6.4	7.0	10.0	12.6	17.0	20.6	24.1

к $F_0(\mathcal{K}_0)$ формула (24) представляет интегральное уравнение второго порядка.

Результаты вычислений по формуле (24) представлены на рис. 4. Расчеты проведены для теплового спектра инжекции с $T=10^8$ К. Согласно этим расчетам, если в ловушку инжектировано 10^{36} электронов, то в момент максимума излучения ловушка производит $10^{28} - 10^{29}$ (в зависимости от механизма ускорения) фотонов с энергией 25 кэВ в секунду, что соответствует их потоку на орбите Земли $10^1 - 10^2$ фотонов см 2 . Это значение согласуется с результатами измерений спутника RHESSI в этой области спектра. При большем или меньшем потоке фотонов число захваченных электронов должно быть пропорционально увеличено или уменьшено.

На интенсивность HXR-излучения из ловушки влияет также ее пробочное отношение.

Информация о зависимости потока излучения от силы пробок, а также от диапазона энергий и механизма ускорения приведена в таблице. При одном и том же количестве инжектированных электронов ловушки с бетатронным ускорением производят в несколько раз более интенсивные всплески НХР-излучения, чем ловушки с механизмом ускорения Ферми.

Более энергичное излучение в ловушке может запаздывать относительно менее энергичного. Если спектр инжекции является тепловым с $T=10^8$ K, то запаздывание излучения в диапазоне 75 кэВ относительно диапазона 25 кэВ составляет $\Delta l \approx 0.05$, т.е. около 5% от времени жизни

ловушки. Для бетатронного ускорения вычисления дают близкие по величине запаздывания.

Представляет интерес сравнение экспериментального HXR-спектра с теоретическим спектром, рассчитанным в модели коллапсирующей ловушки.

Лин и др. (2003) сообщили результаты исследования нетеплового источника НХР-излучения, наблюдавшегося спутником RHESSI в солнечной короне во время вспышки 23 июля 2002 г. Спектр излучения был степенным с изломом в точке 20 кэВ и наклоном $\phi \sim 7$ справа и $\phi \sim 5$ слева от точки перегиба. Используя формулу (24), данный спектр можно интерпретировать как спектр тормозного излучения, производимого ансамблем из $4 imes 10^{29}$ электронов со степенным спектром инжекции и наклоном $\phi_e = 7$, захваченных и ускоряющихся в коллапсирующей корональной ловушке с концентрацией протонов $n_{p0}=10^9~{
m cm}^{-3}$ и начальным пробочным отношением $b_{\rm m} = 20$. Оба спектра теоретический, соответствующий этим значениям параметров, и спектр, полученный в эксперименте, – показаны на рис. 5. Они не совпадают в области энергий ниже 20 кэВ. Экспериментальный спектр в этой области является более жестким, по-видимому, из-за торможения низкоэнергичных электронов в фоновой плазме. Этот эффект не учитывается в бесстолкновительной модели. Заметим, что интерпретация наблюдений в модели коллапсирующей ловушки не является однозначной. Наиболее надежно модель предсказывает наклон спектра инжекции при степенном спектре излучения. Наклоны спектров в этом случае просто совпадают. Интенсивность наблюдаемого излучения зависит

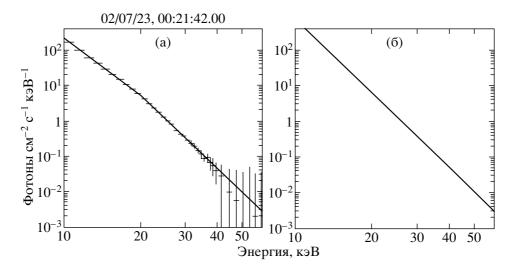


Рис. 5. Экспериментальный (а) и теоретический (б) спектры коронального источника HXR-излучения, наблюдавшегося во вспышке 23 июля 2002 г. Результаты эксперимента получены спутником RHESSI (Лин и др., 2003).

от трех параметров: она прямо пропорциональна числу инжектированных электронов и начальной концентрации протонов и сложным образом зависит от пробочного отношения в ловушке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ускорение частиц в солнечной короне во время вспышек происходит в две стадии. Во время первой из них электроны и ионы ускоряются электрическим полем в высокотемпературном турбулентном токовом слое. Во время второй стадии частицы захватываются в уменьшающиеся (коллапсирующие) магнитные ловушки, где они дополнительно увеличивают свою кинетическую энергию благодаря механизму Ферми первого порядка и бетатронному механизму. В данной статье мы исследовали вторую стадию ускорения электронов и показали, что она весьма эффективна. Мы рассчитали распределение по энергиям (проинтегрированное по углам) электронов, захваченных в коллапсирующую ловушку, в зависимости от ее длины и поперечного размера.

Показано, что те электроны, которые в момент инжекции из высокотемпературного турбулентного токового слоя в ловушку имеют степенное распределение по энергиям, получают значительное дополнительное ускорение обоими механизмами. При этом их спектр остается степенным с тем же показателем наклона все время ускорения, сдвигаясь в сторону больших энергий.

Электроны, спектр инжекции которых является тепловым, в ловушках с доминирующим бетатронным ускорением сильно нагреваются. Проинтегрированный по углам энергетический спектр остается максвелловским, но с температурой $b_{\rm m}T_0$, где T_0 —

начальная температура частиц (т.е. температура электронов внутри высокотурбулентного токового слоя), а $b_{\rm m}$ — пробочное отношение в ловушке.

В ловушках с преимущественным ускорением Ферми тепловой спектр инжекции электронов по мере ускорения превращается в нетепловой с эффективной температурой, которая меньше, чем температура электронов при бетатронном ускорении. В области энергий 20—200 кэВ спектр частиц становится степенным. Тем самым предсказывается существование в короне двух типов НХR-источников, а именно источников с тепловым спектром, формирующимся в ловушках с бетатронным ускорением, и источников с нетепловым степенным спектром, соответствующих ускорению Ферми.

Рассчитаны спектры тормозного HXR-излучения захваченных в коллапсирующие ловушки электронов. Особенности этих спектров представляют интерес для интерпретации наблюдений со спутника RHESSI корональных источников HXR-излучения во время солнечных вспышек.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 04-02-16125а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ашванден (M.J. Aschwanden), *Particle Acceleration and Kinematics in Solar Flares* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2002).
- 2. Балкиунайте и др. (P. Balciunaite, S. Krucker, and R.P. Lin), Am. Astron. Soc. Meet. 204, abstract #54.07 (2004).
- 3. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П., *Квантовая электродинамика* (М.: Физматлит, 2001).

- 4. Богачев С.А., Сомов Б.В., Письма в Астрон. журн. **31**, 137 (2005).
- 5. Лин и др. (R.P. Lin, S. Krucker, G.D. Holman, et al.), *Proc. of the 28th Int. Cosmic Ray Conf.* (Ed. T. Kajita, Y. Asaoka, A. Kawachi, Y. Matsubara and M. Sasaki, 3207, Tokyo: Univers. Acad. Press Inc., 2003).
- 6. Мирошниченко (L.I. Miroshnichenko), *Solar Cosmic Rays* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2001).
- 7. Сомов (B.V. Somov), *Physical Processes in Solar Flares* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1992).
- 8. Сомов (B.V. Somov), *Cosmic Plasma Physics* (Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2000).

- 9. Сомов Б.В., Богачев С.А., Письма в Астрон. журн. **29**, 621 (2003).
- 10. Сомов, Косуги (B.V. Somov and T. Kosugi), Astrophys. J. **485**, 859 (1997).
- 11. Сомов и др. (B.V. Somov, T. Kosugi, I.V. Oreshina, et al.), Adv. Space Res. **35**, 1712 (2005).
- 12. Хадсон, Райан (H. Hudson and J. Ryan), Ann. Rev. Astron. Astrophys. **33**, 239 (1995).
- 13. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф., Специальные функции: формулы, графики, таблицы (М.: Наука, 1968).