

УДК 523.985

СРАВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ УСКОРЕНИЯ ФЕРМИ И БЕТАТРОННОГО УСКОРЕНИЯ В КОЛЛАПСИРУЮЩИХ МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

© 2005 г. С. А. Богачев*, Б. В. Сомов

Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга

Поступила в редакцию 04.03.2005 г.

Ускорение заряженных частиц в короне Солнца во время вспышки исследуется в рамках модели, согласно которой электроны и ионы после предварительного ускорения в области магнитного пересоединения инжектируются в коллапсирующую магнитную ловушку. Здесь энергия частиц быстро увеличивается одновременно механизмом Ферми и бетатронным механизмом. В такой ловушке, как показывает сравнение эффективности обоих механизмов, ускоренные электроны порождают более интенсивные всплески жесткого рентгеновского излучения (HXR), чем в ловушке, где ускорение осуществлялось бы только механизмом Ферми. Этот эффект объясняет наблюдения спутников Yohkoh и RHESSI, в которых обнаружены HXR-источники в короне, превосходящие по интенсивности HXR-излучение из хромосферы.

Ключевые слова: Солнце: солнечные вспышки, магнитное пересоединение, ускорение частиц, рентгеновское излучение.

COMPARISON OF THE FERMI AND BETATRON ACCELERATION EFFICIENCIES IN COLLAPSING MAGNETIC TRAPS, by S. A. Bogachev and B. V. Somov. The acceleration of charged particles in the solar corona during flares is investigated in terms of a model in which electrons and ions after their preacceleration in the region of magnetic reconnection are injected into a collapsing magnetic trap. Here, the particle energy rapidly increases simultaneously through the Fermi and betatron mechanisms. As a comparison of the efficiencies of the two mechanisms shows, the accelerated electrons in such a trap produce more intense hard X-ray (HXR) bursts than those in a trap where only the Fermi acceleration mechanism is at work. This effect explains the Yohkoh and RHESSI satellite observations in which HXR sources more intense than the HXR radiation from the chromosphere were detected in the corona.

Key words: Sun: solar flares, magnetic reconnection, particle acceleration, X-ray radiation.

ВВЕДЕНИЕ

Мощные всплески излучения в диапазоне энергий 20–100 кэВ, наблюдаемые во время вспышек, возникают при торможении быстрых электронов в плазме атмосферы Солнца. Так как для излучения фотона с энергией \mathcal{E}_X необходим электрон с наименьшей кинетической энергией $\mathcal{K} = \mathcal{E} - mc^2$ (здесь \mathcal{E} — полная энергия частицы), излучающие во вспышке электроны должны быть ускорены от энергии $\mathcal{K}_T \sim 0.1$ кэВ, соответствующей температуре короны, до указанных выше энергий, т.е. более чем на два порядка величины, причем за время, не превышающее нескольких секунд, а иногда нескольких десятых долей секунды.

Применительно к солнечным вспышкам обычно рассматривают две области: в первой из них

происходит ускорение электронов, а во второй они тормозятся, порождая жесткое рентгеновское излучение. Вторую область называют мишенью. Интенсивность и спектр тормозного излучения зависят от числа *излучающих* электронов в мишени и их распределения по энергии. Связь между спектром излучения и спектром инъекции *ускоренных* электронов в мишень зависит от свойств мишени. В модели толстой мишени предполагается, что плотность плазмы в источнике излучения достаточна для полного торможения инжектированных электронов за достаточно короткое время (Браун, 1971; Сыроватский, Шмелева, 1972; Хадсон, 1972). Так как медленные электроны тормозятся в плазме сильнее, чем быстрые, спектр электронов по мере проникания в мишень становится жестче, и, следовательно, формируется рентгеновское излучение с более жестким спектром. В модели тонкой мише-

*Электронный адрес: bogachev@sai.msu.ru

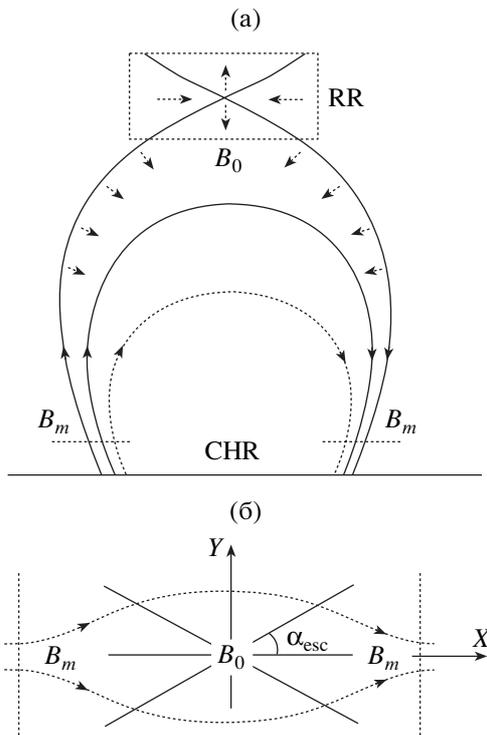


Рис. 1. Формирование уменьшающихся магнитных ловушек в короне Солнца во время вспышки. (а) — Конфигурация магнитного поля: RR — область пересоединения расположена над замкнутыми петлями магнитного поля, опирающимися на хромосферу (CHR). (б) — Схематическое изображение магнитной ловушки.

ни плотность плазмы предполагается достаточно большой для объяснения интенсивности излучения, но толщина мишени не столь велика, чтобы электроны изменили в ней свой спектр (Дэтлоу, Лин, 1973). Спектр излучающих электронов в модели тонкой мишени просто совпадает со спектром инжекции.

В настоящее время на спутниках *Yohkoh* и *RHESSI* получены данные для огромного числа вспышек, зарегистрированных с высоким временным и спектральным разрешением, позволяющим восстановить число ускоренных электронов и их спектр. Точность современных наблюдений НХР-излучения вспышек заметно превышает точность перечисленных выше классических моделей, которые не учитывают ряд существенных физических факторов: эффект электрического поля обратного (компенсирующего) тока в плазме мишени и дисперсию углового рассеяния при кулоновских столкновениях (см. Сомов, 2000). Тем не менее, число ускоренных электронов и их спектр, вычисленные с использованием сильно упрощенных моделей, принято сопоставлять с той или иной теоретической моделью ускорения частиц во вспышке. Это представляет, как известно, большую трудность, хотя недостатка моделей, претендующих на

объяснение процессов ускорения частиц в солнечных вспышках, нет (см. монографии Мирошниченко, 2001; Ашвандена, 2002).

Ниже мы будем исходить из модели, в которой предполагается, что электроны и ионы получают некоторую начальную энергию в области магнитного пересоединения, точнее говоря, в бесстолкновительном токовом слое, расположенном на сепараторе в короне. Затем они захватываются в коллапсирующую магнитную ловушку, где происходит их дальнейшее ускорение до высоких энергий (Сомов, Косуги, 1997; Богачев, Сомов, 2001). Помимо ускорения механизмом Ферми первого порядка (увеличение продольного импульса частицы при уменьшении расстояния между магнитными зеркалами), Сомов и Богачев (2003) предложили учитывать бетатронный эффект в коллапсирующих ловушках, т.е. увеличение поперечного импульса при сжатии ловушки. Было показано, что дополнительное увеличение энергии, вызываемое бетатронным ускорением, в точности компенсируется уменьшением времени удержания частицы в ловушке в связи с тем, что в процессе сжатия становится больше конус потерь. В результате энергия частицы в момент убегания из ловушки остается такой же, какой она была бы при убегании из ловушки без сжатия.

В данной статье мы развиваем модель ловушки, в которой одновременно работают и ускорение Ферми, и бетатронное ускорение. Модель позволяет сравнить эффективность обоих механизмов применительно к проблеме ускорения электронов в солнечных вспышках и наблюдаемым источникам НХР-излучения в короне. В работе определена максимальная кинетическая энергия, которую частица может получить в ловушке при ускорении механизмом Ферми и бетатронным механизмом. Выведены формулы для спектра ускоренных частиц и их углового распределения. Затем, определены число излучающих электронов и их концентрация в коллапсирующей ловушке. Наконец, вычислена интегральная кинетическая энергия захваченных в ловушке электронов. В последнем разделе подытожены полученные результаты.

ФОРМИРОВАНИЕ ЛОВУШКИ, ЕЕ СЖАТИЕ И УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ

На рис. 1а схематически показана конфигурация магнитного поля в короне во время вспышки. Мы предполагаем, что в области магнитного пересоединения (RR), точнее говоря, в высокотемпературном турбулентном токовом слое (ВТТТС; Сомов, 2000) энергия электронов увеличивается от тепловой энергии в короне $\mathcal{K}_T \sim 0.1$ кэВ, как минимум, до энергии $\mathcal{K}_{\text{eff}} \sim 10$ кэВ, которая соответствует эффективной температуре ВТТТС. Каждая

трубка магнитного потока, состоящая из пересоединенных линий магнитного поля, представляет собой ловушку для находящихся в ней быстрых частиц, поскольку напряженность магнитного поля B_m в основаниях трубки больше, чем напряженность в ее вершине B_0 .

Из ВТТТС предварительно ускоренные электроны инжектируются в центральную часть ловушки и удерживаются в ней сходящимися линиями магнитного поля, магнитными пробками. Будем полагать, что инжекция частиц является импульсной, т.е. электроны попадают в ловушку в начальный момент времени (момент пересоединения), а затем либо высыпаются в конус потерь, либо оказываются захваченными в ловушке и получают дополнительную энергию. Кроме того, электроны тормозятся за счет кулоновских столкновений, порождая всплеск тормозного жесткого рентгеновского излучения (магнитотормозное излучение быстрых электронов в коллапсирующей ловушке будет описано в другой статье).

Упростим эту конфигурацию и предположим, что электроны удерживаются в аксиально-симметричной трубке с полем B_0 , минимальным в центре ловушки и увеличивающимся на краях до значения B_m , как показано на рис. 1б. Поле B_m обычно называют полем в пробках, а величину B_m/B_0 — пробочным отношением. Такое упрощение реальной магнитной конфигурации, разумеется, не влияет на результаты наших вычислений, так как ларморовский радиус электронов в ловушке много меньше, чем характерные масштабы длины, на которых меняется магнитное поле, а время ускорения электронов в ловушке много меньше характерных дрейфовых времен. Кривизна линий поля в этом случае не имеет значения (см. Сомов, Богачев, 2003).

При уменьшении длины ловушки в результате движения ее из области пересоединения (RR) в направлении к хромосфере энергия захваченных частиц увеличивается механизмом Ферми первого порядка. При поперечном сжатии магнитной трубки частицы в ней ускоряются бетатронным механизмом. Если ловушка одновременно уменьшается в обоих измерениях (продольном и поперечном), оба механизма стремятся увеличить энергию частиц.

Поперечное сжатие трубки будем характеризовать величиной

$$b(t) = B(t)/B_0, \quad (1)$$

которая меняется от начального значения $b(0) = 1$, когда $B(0) = B_0$, до

$$b_m = B_m/B_0, \quad (2)$$

когда поле в центре ловушки $B(t)$ сравнивается с полем в пробках B_m и ловушка перестает удерживать частицы.

Для описания изменения со временем длины ловушки L введем параметр

$$l(t) = L(t)/L_0, \quad (3)$$

который уменьшается от $l(0) = 1$ до $l = 0$ или некоторого наименьшего значения, соответствующего остаточной длине ловушки.

Если период движения частиц между магнитными пробками (зеркалами) много меньше времени жизни ловушки, а ларморовский радиус частицы много меньше масштабов длины для изменения магнитного поля и выполнены другие условия адиабатического приближения (см., например, Сомов, 2000), то в процессе уменьшения ловушки сохраняются адиабатические инварианты: продольный

$$p_{||}L = p_{0||}L_0 = \text{const} \quad (4)$$

и поперечный

$$p_{\perp}^2/B = p_{0\perp}^2/B_0 = \text{const}. \quad (5)$$

Объединяя (1) и (3) с (4) и (5), находим, как меняются компоненты импульса частицы при уменьшении длины ловушки и ее сжатии:

$$p_{||} = \frac{p_{0||}}{l} \quad (6)$$

и

$$p_{\perp} = p_{0\perp}\sqrt{b}. \quad (7)$$

При ускорении Ферми, согласно формуле (6), растет продольный импульс частицы и остается постоянным поперечный. Бетатронное ускорение (7) увеличивает поперечный импульс и не меняет импульс продольный. В результате ускорение Ферми всегда сопровождается уменьшением питч-угла частицы, а бетатронное ускорение — его увеличением. При совместном действии двух механизмов питч-угол меняется следующим образом:

$$\text{tg } \alpha = \frac{p_{\perp}}{p_{||}} = l\sqrt{b} \left(\frac{p_{0\perp}}{p_{0||}} \right) = l\sqrt{b} \text{tg } \alpha_0. \quad (8)$$

Если $l\sqrt{b} < 1$, то питч-угол ускоряемых частиц уменьшается. Такая ловушка, хотя в ней действуют оба механизма, по характеру поведения частиц ближе к коллапсирующей ловушке с ускорением Ферми. Если же $l\sqrt{b} > 1$, то питч-угол частиц в ходе ускорения увеличивается. В этом случае ловушка ближе по свойствам к ловушке с бетатронным ускорением. Условие

$$l\sqrt{b} = 1 \quad (9)$$

разделяет указанные два случая. При выполнении условия (9) захваченные частицы ускоряются без

изменения питч-угла: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_0$. Если физическая модель, элементом которой является коллапсирующая ловушка, позволяет определить функции $b(t)$ и $l(t)$ теоретически или из наблюдений, то, сравнивая их, можно определить, какой тип ускорения доминирует на протяжении всего процесса уменьшения ловушки или даже на разных его этапах. Кинетическая энергия нерелятивистских частиц, захваченных в уменьшающуюся магнитную ловушку, равна

$$\begin{aligned} \mathcal{K} &= \frac{1}{2m} \left(p_{\parallel}^2 + p_{\perp}^2 \right) = \frac{1}{2m} \left(\frac{p_{0\parallel}^2}{l^2} + b p_{0\perp}^2 \right) = \\ &= \mathcal{K}_0 \left(\frac{\cos^2 \alpha_0}{l^2} + b \sin^2 \alpha_0 \right) \end{aligned} \quad (10)$$

и может только увеличиваться, поскольку $l \leq 1$ и $b \geq 1$. Здесь $\mathcal{K}_0 = p_0^2/2m$ — начальная кинетическая энергия частицы. При доминирующем ускорении Ферми ($l\sqrt{b} < 1$) передача энергии осуществляется преимущественно в продольную степень свободы (вдоль линий магнитного поля), а при бетатронном ускорении ($l\sqrt{b} > 1$) — в поперечную. Когда $l\sqrt{b} = 1$, энергия распределяется между степенями свободы равномерно, и ее рост не зависит от питч-угла: $\mathcal{K} = \mathcal{K}_0/l^2$. Будем называть такой случай изотропным ускорением.

В общем случае рост энергии частицы продолжается до тех пор, пока она не попадет в конус потерь. Питч-угол частицы в этот момент определяется уравнением

$$\operatorname{tg} \alpha_{\text{esc}} = \frac{1}{\sqrt{B_m/B} - 1} = \frac{1}{\sqrt{b_m/b} - 1}. \quad (11)$$

Сравнивая (8) и (11), находим, что в момент убегающей частицы из ловушки должно выполняться соотношение

$$l^2 b \operatorname{tg}^2 \alpha_0 = \frac{1}{b_m/b - 1}$$

или

$$\frac{1}{l^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} = b_m - b. \quad (12)$$

Преобразуем формулу (10) для энергии частицы:

$$\mathcal{K} = \mathcal{K}_0 \sin^2 \alpha_0 \left(\frac{1}{l^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_0} + b \right).$$

Подставляя сюда условие (12), находим энергию частицы в момент убегания

$$\mathcal{K}_{\text{esc}} = \mathcal{K}_0 b_m \sin^2 \alpha_0. \quad (13)$$

Если ловушка уменьшается не только в продольном, но и в поперечном направлении, то частица в ловушке получает дополнительную энергию

за счет бетатронного ускорения. Темп ускорения возрастет, но конечная энергия, которую получит частица, не изменится. Причина в том, что конус потерь (11) зависит от пробочного отношения. При сжатии магнитной трубки пробочное отношение уменьшается, а конус потерь увеличивается. Это снижает время удержания частиц ровно настолько, чтобы компенсировать эффект их более быстрого ускорения.

При любой комбинации ускорения Ферми и бетатронного ускорения конечная энергия частицы остается неизменной и определяется формулой (13). Это свойство упрощает рассмотрение задачи, в который из области пересоединения в короне поступают частицы с начальной энергией \mathcal{K}_0 , а из ловушки в хромосферу высыпаются частицы с энергией \mathcal{K}_{esc} . Можно не конкретизировать механизм, ускоряющий частицы внутри ловушки, — каждый из них или они оба приводят к одинаковой конечной энергии на выходе из ловушки.

Второй вывод из формулы (13) — ограничение на энергию, которую частица набирает в ловушке. Максимальная энергия зависит только от пробочного отношения:

$$\mathcal{K}_{\text{max}} = \mathcal{K}_0 b_m. \quad (14)$$

Применительно к солнечным вспышкам электроны с начальной энергией $\mathcal{K}_{\text{eff}} \sim 10$ кэВ могут быть ускорены до энергий ~ 1 МэВ только внутри ловушек с пробочным отношением $b_m = B_m/B_0 \geq 100$. По этой причине невозможно эффективное ускорение частиц внутри ловушки, образовавшейся над фронтом адиабатической ударной волны, так как скачок поля на ее фронте не превышает $B_m/B_0 = 4$. Богачев и др. (1998) показали, что пробочное отношение может увеличиться более чем на порядок величины, если к ударной волне не применимо адиабатическое приближение, например, ввиду быстрого охлаждения плазмы за ее фронтом (см. также Сомов и др., 1999).

СПЕКТР И АНИЗОТРОПИЯ ЗАХВАЧЕННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

Распределение частиц, захваченных в коллапсирующей ловушке, трансформируется со временем из-за изменения их энергии и убегания в конус потерь. Сначала рассмотрим первый эффект.

Начальное распределение электронов определяется процессами энергизации, предшествующими инъекции в ловушку, т.е. нагревом до аномально высоких температур и предварительным ускорением в ВТТТС. Будем считать, что начальное распределение электронов $f_0(\mathcal{K}_0)$ задано и нормировано обычным образом:

$$dN(\mathcal{K}_0, \alpha_0) = N_0 f_0(\mathcal{K}_0) d\mathcal{K}_0 2\pi \sin \alpha_0 d\alpha_0, \quad (15)$$

$$\int_0^\infty f_0(\mathcal{K}_0) d\mathcal{K}_0 \int_0^\pi 2\pi \sin \alpha_0 d\alpha_0 = \quad (16)$$

$$= 4\pi \int_0^\infty f_0(\mathcal{K}_0) d\mathcal{K}_0 = 1,$$

где N_0 — число электронов, инжектированных в ловушку. Мы предположили здесь, что начальное распределение электронов не зависит от питч-угла. Будем предполагать также, что ловушка симметрична относительно магнитных пробок. При необходимости от обоих предположений можно будет отказаться.

Связь между начальной функцией распределения $f_0(\mathcal{K}_0)$ и функцией распределения $f(\mathcal{K}, \alpha)$ захваченных ($\alpha > \alpha_{\text{esc}}$) частиц определяется условием сохранения числа частиц

$$2\pi f(\mathcal{K}, \alpha) \sin \alpha = 2\pi \mathcal{P} f_0(\mathcal{K}_0) \sin \alpha_0, \quad (17)$$

где якобиан преобразования

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \alpha_0}{\partial \alpha} & \frac{\partial \mathcal{K}_0}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \alpha_0}{\partial \mathcal{K}} & \frac{\partial \mathcal{K}_0}{\partial \mathcal{K}} \end{pmatrix}.$$

В соответствии с (8) изменение питч-угла не зависит от энергии, и поэтому якобиан \mathcal{P} равен

$$\mathcal{P} = \frac{\partial \alpha_0}{\partial \alpha} \frac{\partial \mathcal{K}_0}{\partial \mathcal{K}}. \quad (18)$$

Подставив (18) в (17), получим

$$f(\mathcal{K}, \alpha) = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} \frac{\partial \alpha_0}{\partial \alpha} \frac{\partial \mathcal{K}_0}{\partial \mathcal{K}} f_0(\mathcal{K}_0). \quad (19)$$

Сначала найдем производную $\partial \mathcal{K}_0 / \partial \mathcal{K}$. Связь между начальной и конечной энергией частицы определяется формулой (10). Преобразуем ее следующим образом:

$$\mathcal{K} = \frac{\mathcal{K}_0}{l^2} \left(\frac{1 + bl^2 \text{tg}^2 \alpha_0}{1 + \text{tg}^2 \alpha_0} \right). \quad (20)$$

Согласно (8)

$$bl^2 \text{tg}^2 \alpha_0 = \text{tg}^2 \alpha. \quad (21)$$

Подставим (21) в (20):

$$\mathcal{K}_0 = \left(\frac{\sin^2 \alpha}{b} + l^2 \cos^2 \alpha \right) \mathcal{K}. \quad (22)$$

Отсюда находим производную

$$\frac{\partial \mathcal{K}_0}{\partial \mathcal{K}} = \frac{\sin^2 \alpha}{b} + l^2 \cos^2 \alpha. \quad (23)$$

Введем функцию

$$A_\alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{b} + l^2 \cos^2 \alpha \quad (24)$$

и перепишем (22) и (23) в виде

$$\mathcal{K}_0 = A_\alpha \mathcal{K}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial \mathcal{K}_0}{\partial \mathcal{K}} = A_\alpha. \quad (26)$$

Теперь вычислим первые два множителя в формуле (19). Сначала преобразуем их:

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} \frac{\partial \alpha_0}{\partial \alpha} = -\frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} \cos \alpha_0 =$$

$$= -\frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha_0}}.$$

Используя (21), заменяем $\text{tg} \alpha_0$ на $\text{tg} \alpha$ и после преобразования получаем

$$\frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} \frac{\partial \alpha_0}{\partial \alpha} = \quad (27)$$

$$= \frac{l}{b} \frac{1}{((\sin^2 \alpha)/b + l^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}} = \frac{l}{b} \frac{1}{A_\alpha \sqrt{A_\alpha}}.$$

Подставляя (25), (26) и (27) в (19), находим распределение захваченных электронов по кинетической энергии и питч-углу

$$f(\mathcal{K}, \alpha) = \frac{l}{b\sqrt{A_\alpha}} f_0(\mathcal{K}A_\alpha). \quad (28)$$

Напомним, что функция A_α определена формулой (24) и не зависит от энергии частицы.

Теперь проинтегрируем (28) по энергии. Результатом будет угловое распределение частиц

$$f(\alpha) = \int_0^\infty f(\mathcal{K}, \alpha) d\mathcal{K} = \frac{l}{b\sqrt{A_\alpha}} \int_0^\infty f_0(\mathcal{K}A_\alpha) d\mathcal{K}. \quad (29)$$

Функция A_α вынесена из-под знака интеграла, так как она не зависит от энергии. Сделаем замену $\mathcal{K}_0 = \mathcal{K}A_\alpha$:

$$f(\alpha) = \frac{l}{bA_\alpha^{3/2}} \int_0^\infty f_0(\mathcal{K}_0) d\mathcal{K}_0.$$

В соответствии с (16) интеграл в правой части равен $1/4\pi$. Таким образом, функция

$$f(\alpha) = \frac{1}{4\pi} \frac{l}{bA_\alpha^{3/2}} = \frac{1}{4\pi} \frac{l\sqrt{b}}{(\sin^2 \alpha + bl^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}} \quad (30)$$

есть искомое угловое распределение электронов, захваченных в ловушке. Оно показано на рис. 2а

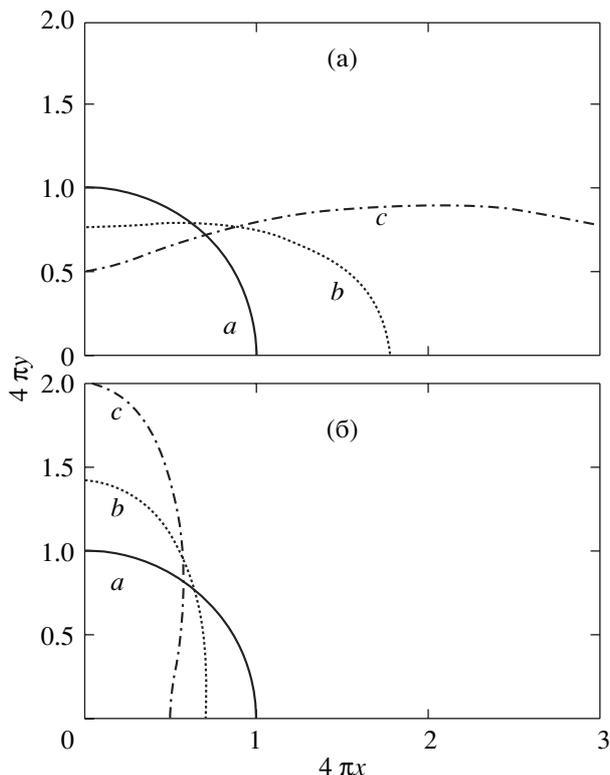


Рис. 2. Изменение углового распределения захваченных электронов при уменьшении размера ловушки. (а) — Уменьшается длина ловушки, частицы ускоряются механизмом Ферми. Кривые a , b , c соответствуют сокращению длины $l = L/L_0 = 1.0, 0.75, 0.50$. (б) — Ловушка, сжимающаяся поперечно. Ускорение частиц осуществляется бетатронным механизмом. Кривые a , b , c соответствуют сжатию поля $b = B/B_0 = 1, 2, 4$.

для ускорения Ферми ($b \equiv 1$) и на рис. 2б для бетатронного ускорения ($l \equiv 1$). В обоих случаях начальное распределение частиц ($l = 1, b = 1$) положено изотропным. Последующая эволюция зависит от того, какой механизм ускорения доминирует. Если ускорение осуществляется механизмом Ферми, то питч-углы электронов уменьшаются, и угловое распределение вытягивается вдоль оси ловушки, ось x . В ловушках с бетатронным ускорением увеличивается число электронов с большими питч-углами, и угловое распределение растет в направлении, перпендикулярном к оси x . В промежуточном случае ($l\sqrt{b} = 1$) электроны ускоряются с сохранением изотропного распределения.

ЧИСЛО ЭЛЕКТРОНОВ В ЛОВУШКЕ И ИХ КОНЦЕНТРАЦИЯ

Интенсивность наблюдаемого в короне НХР-излучения прямо пропорциональна числу электронов N внутри ловушки. Найдем его. Зная как меняется распределение частиц по питч-углу (30),

определим, сколько их находится вне конуса потерь, т.е. полное число частиц, удерживаемых в ловушке:

$$N = N_0 \int_{\alpha_{\text{esc}}}^{\pi - \alpha_{\text{esc}}} f(\alpha) 2\pi \sin \alpha d\alpha = \quad (31)$$

$$= N_0 l \sqrt{b} \int_{\alpha_{\text{esc}}}^{\pi/2} \frac{\sin \alpha d\alpha}{(\sin^2 \alpha + b l^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}}.$$

Здесь α_{esc} — конус потерь (11), который, как и ловушка, предполагается симметричным относительно магнитных пробок (см. рис. 1б).

Преобразовав подынтегральное выражение

$$\frac{\sin \alpha d\alpha}{(\sin^2 \alpha + b l^2 \cos^2 \alpha)^{3/2}} = \frac{d(\text{tg}^2 \alpha)}{2(\text{tg}^2 \alpha + b l^2)^{3/2}}$$

и сделав замену $t = \text{tg}^2 \alpha$, получаем

$$N = N_0 l \sqrt{b} \int_{t_0}^{\infty} \frac{dt}{(t + b l^2)^{3/2}}, \quad (32)$$

где

$$t_0 = \frac{b}{b_m - b}.$$

Выполнив интегрирование, находим число электронов в ловушке

$$N = N_0 \frac{l \sqrt{b_m - b}}{\sqrt{1 + (b_m - b) l^2}}. \quad (33)$$

Если длина ловушки уменьшается, а параметр b при этом не меняется, то ускорение частиц в ловушке осуществляется механизмом Ферми первого порядка. Для этого случая, положив в (33) $b = 1$, получаем

$$N = N_0 \frac{l \sqrt{b_m - 1}}{\sqrt{1 + (b_m - 1) l^2}}, \quad (34)$$

где l уменьшается от 1 до 0. Для ловушки с поперечным сжатием, соответствующей случаю бетатронного ускорения, параметр $l = 1$, а b увеличивается от 1 до b_m . Изменение числа частиц в такой ловушке определяется формулой

$$N = N_0 \frac{\sqrt{b_m - b}}{\sqrt{b_m - b + 1}}. \quad (35)$$

Результаты соответствующих вычислений приведены на рис. 3а и 3б для ловушек с разными значениями пробочного отношения b_m . При этом на рис. 3б по оси абсцисс отложен не параметр b , который меняется от $b = 1$ до $b = b_m$, а величина

$(b - 1)/(b_m - 1)$, которая при любом b_m меняется от 0 до 1.

Число удерживаемых в ловушке электронов, которые формируют НХР-всплеск в корональном источнике излучения, всегда меньше, чем число N_0 первоначально инжектированных в нее электронов, так как часть электронов (обозначим их число через N_{pr}) сразу же оказывается в конусе потерь и уходит из ловушки через пробки. Доля электронов, прямо попадающих из области магнитного пересоединения в хромосферу, в соответствии с (33) равна

$$\frac{N_{pr}}{N_0} = 1 - \sqrt{1 - 1/b_m}. \quad (36)$$

Так, ловушка с пробочным отношением $b_m = 100$ захватывает 99.5% инжектированных частиц, а ловушка над фронтом адиабатической ударной волны с $b_m = 4$ — около 87%.

Далее определим среднюю концентрацию электронов в ловушке как число электронов N , деленное на объем V ловушки:

$$n = N/V, \quad (37)$$

$n_0 = N_0/V_0$ — начальная концентрация электронов в ловушке. Отсюда

$$n = n_0 \frac{N}{N_0} \frac{V_0}{V}. \quad (38)$$

В общем случае изменение числа частиц N/N_0 в коллапсирующей ловушке определено формулой (33). Найдем изменение объема ловушки V/V_0 . Если L — длина ловушки, а S — площадь ее сечения, то

$$\frac{V_0}{V} = \frac{L_0 S_0}{L S} = \frac{L_0 B}{L B_0} = \frac{b}{l}; \quad (39)$$

здесь использовано сохранение магнитного потока через сечение ловушки: $BS = B_0 S_0$. Объединив (33), (38) и (39), получаем

$$n = n_0 \frac{b\sqrt{b_m - b}}{\sqrt{1 + (b_m - b)l^2}}. \quad (40)$$

Для ускорения Ферми ($b = 1$)

$$n = n_0 \frac{\sqrt{b_m - 1}}{\sqrt{1 + (b_m - 1)l^2}}, \quad (41)$$

а для бетатронного ускорения ($l = 1$)

$$n = n_0 \frac{b\sqrt{b_m - b}}{\sqrt{b_m - b + 1}}. \quad (42)$$

Результаты вычислений по формулам (41) и (42) показаны на рис. 4а и 4б соответственно.

Объем коллапсирующей ловушки стремится к нулю. В принципе, это могло бы привести к неограниченному росту концентрации захваченных частиц. Рисунки 4а и 4б демонстрируют, что этого не

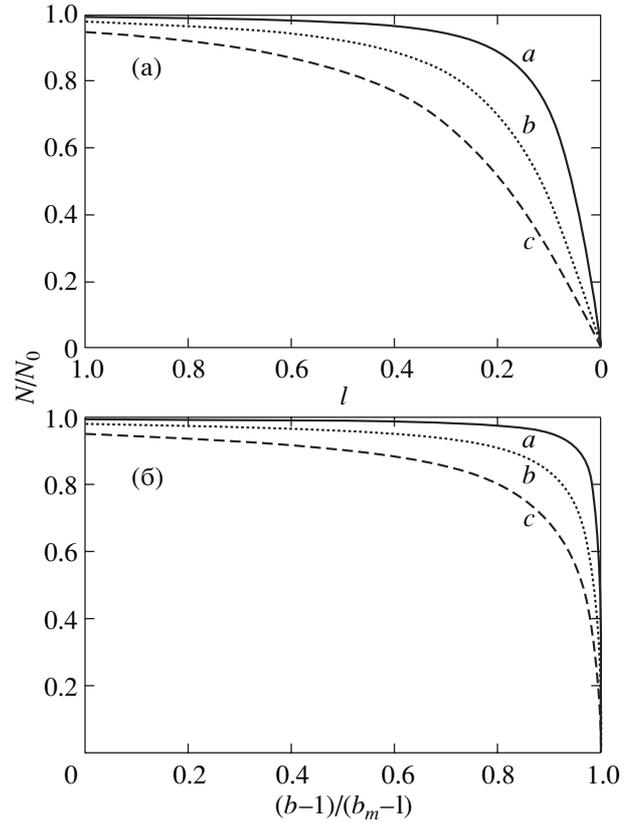


Рис. 3. Изменение числа электронов в ловушках разного типа. Кривые a, b, c соответствуют пробочному отношению $b_m = B_m/B_0 = 100, 25, 10$; (а) — ускорение Ферми, (б) — бетатронный механизм.

происходит. Если ускорение в ловушке осуществляется механизмом Ферми, то концентрация ускоренных электронов в ней монотонно возрастает до значения

$$n_0 \sqrt{b_m - 1}. \quad (43)$$

В ловушках с бетатронным ускорением концентрация при $b \rightarrow b_m$ обращается в нуль, проходя перед этим через максимальное значение.

Подставив в (40) неравенства $l \geq 0$ и $b \leq b_m$, оценим максимальное значение концентрации в ловушке при произвольной комбинации ускорения Ферми и бетатронного ускорения:

$$n \leq 2n_0 \left(\frac{b_m}{3} \right)^{3/2}. \quad (44)$$

Из (44) следует оценка для пробочного отношения в коллапсирующей ловушке исходя из роста концентрации ускоренных электронов внутри коронального источника НХР-излучения во время вспышки:

$$b_m \geq 3 \left(\frac{1}{2} \frac{n}{n_0} \right)^{2/3}. \quad (45)$$

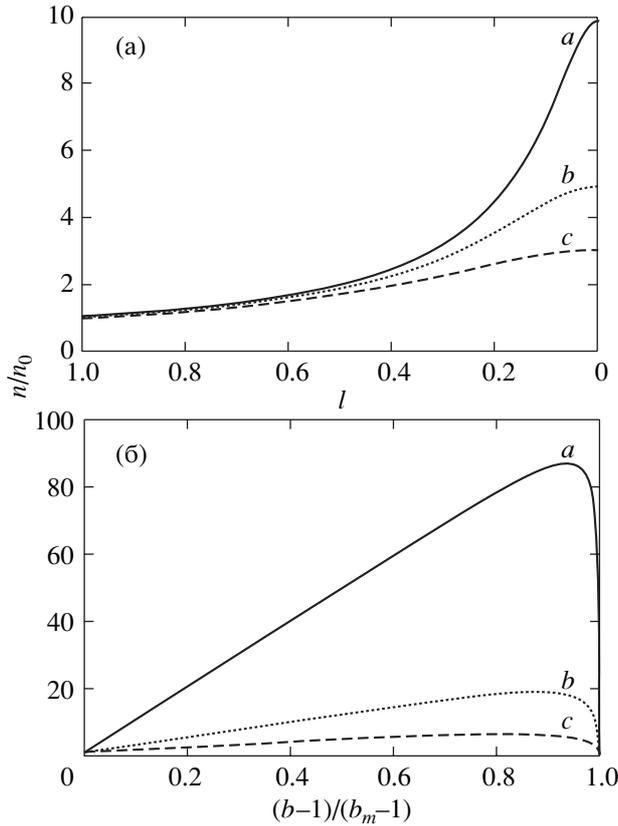


Рис. 4. Изменение концентрации захваченных частиц в ловушках разного типа. Кривые a , b , c соответствуют пробочному отношению $b_m = B_m/B_0 = 100, 25, 10$; (а) — ускорение Ферми, (б) — бетатронный механизм.

Из формул (40)–(42) и рис. 4 следует, что ускорение частиц бетатронным механизмом сопровождается наибольшим увеличением их концентрации среди ловушек всех типов. Так как с ростом концентрации захваченных протонов и электронов растет частота их столкновений, то бетатронное ускорение частиц сопровождается более сильными всплесками тормозного НХР-излучения, чем ускорение механизмом Ферми. Этот вывод подтверждается результатами следующего раздела.

ИНТЕГРАЛЬНАЯ КИНЕТИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ ЗАХВАЧЕННЫХ ЧАСТИЦ

Два основных фактора определяют интегральную кинетическую энергию частиц, захваченных в ловушке: увеличение энергии каждой частицы при ускорении и уменьшение числа частиц. В результате совместного действия этих процессов может произойти увеличение полной энергии всех частиц в ловушке, временной профиль которого подобен интенсивности всплеска НХР-излучения во вспышке. Интегральная кинетическая энергия ускоренных электронов может быть оценена из

наблюдений с помощью моделей толстой и тонкой мишени.

Распределение захваченных частиц по энергии и питч-углу дается формулой (28). Умножим его на кинетическую энергию частицы \mathcal{K} и полное число инжектированных частиц N_0 и проинтегрируем:

$$\mathcal{F} = N_0 \int_0^\infty \int_{\alpha_{\text{esc}}}^{\pi - \alpha_{\text{esc}}} f(\mathcal{K}, \alpha) \mathcal{K} d\mathcal{K} 2\pi \sin \alpha d\alpha; \quad (46)$$

интегрирование по питч-углу производится вне конуса потерь α_{esc} (см. (11)), который симметричен по питч-углу, поскольку сама ловушка предполагается симметричной. Подставляя сюда (28), получаем

$$\mathcal{F} = 4\pi N_0 \frac{l}{b} \int_{\alpha_{\text{esc}}}^{\pi/2} \frac{\sin \alpha}{\sqrt{A_\alpha}} d\alpha \int_0^\infty f_0(\mathcal{K} A_\alpha) \mathcal{K} d\mathcal{K}.$$

Далее делаем замену $\mathcal{K}_0 = \mathcal{K} A_\alpha$:

$$\mathcal{F} = N_0 \frac{l}{b} \int_{\alpha_{\text{esc}}}^{\pi/2} \frac{\sin \alpha}{A_\alpha^2 \sqrt{A_\alpha}} d\alpha \int_0^\infty 4\pi f_0(\mathcal{K}_0) \mathcal{K}_0 d\mathcal{K}_0. \quad (47)$$

Второй интеграл в (47) равен средней кинетической энергии электронов в момент инжекции:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_0 &= \int_0^\infty f_0(\mathcal{K}_0) \mathcal{K}_0 d\mathcal{K}_0 \int_0^\pi 2\pi \sin \alpha_0 d\alpha_0 = \\ &= 4\pi \int_0^\infty f_0(\mathcal{K}_0) \mathcal{K}_0 d\mathcal{K}_0. \end{aligned} \quad (48)$$

Средняя кинетическая энергия электронов в момент инжекции может быть определена из наблюдений или из теоретического исследования процесса пересоединения в токовом слое. Например, если известна температура $T_{\text{эф}}$ инжектированной из ВТТТС “сверхгорячей” плазмы, то

$$\mathcal{F}_0 = \frac{3}{2} k T_{\text{эф}}.$$

В общем случае, объединяя (47) и (48), получаем

$$\mathcal{F} = N_0 \mathcal{F}_0 \frac{l}{b} \int_{\alpha_{\text{esc}}}^{\pi/2} \frac{\sin \alpha}{A_\alpha^2 \sqrt{A_\alpha}} d\alpha, \quad (49)$$

где функция A_α определена формулой (24). Преобразуем выражение под знаком интеграла в (49):

$$\frac{\sin \alpha}{A_\alpha^2 \sqrt{A_\alpha}} d\alpha = \frac{b^2 \sqrt{b} \sin \alpha d\alpha}{\cos^5 \alpha (t^2 \alpha + b l^2)^{5/2}}.$$

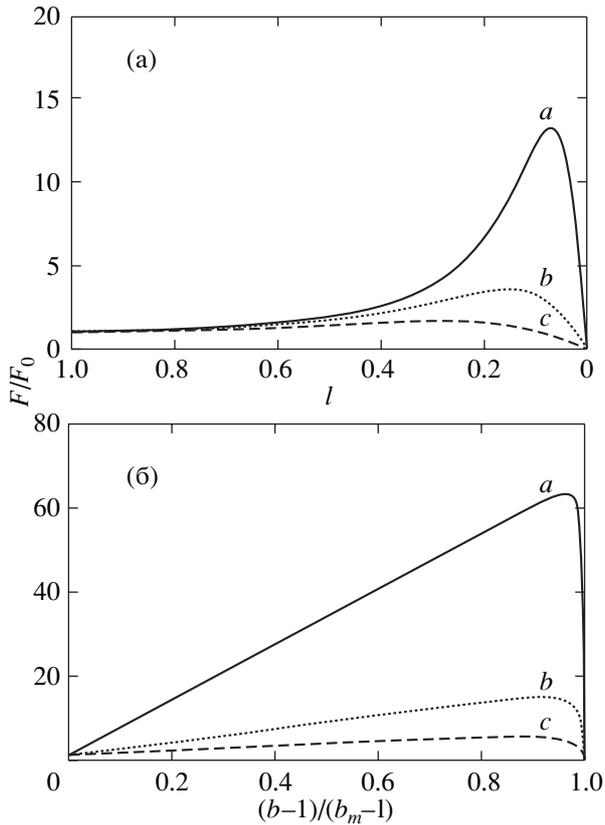


Рис. 5. Изменение интегральной кинетической энергии захваченных частиц в ловушках разного типа. Кривые *a*, *b*, *c* соответствуют пробочному отношению $b_m = B_m/B_0 = 100, 25, 10$; (а) — ускорение Ферми, (б) — бетатронный механизм.

Далее

$$\frac{\sin \alpha}{A_\alpha^2 \sqrt{A_\alpha}} d\alpha = \frac{b^2 \sqrt{b}}{2} \frac{(\operatorname{tg}^2 \alpha + 1)}{(\operatorname{tg}^2 \alpha + bl^2)^{5/2}} d(\operatorname{tg}^2 \alpha). \quad (50)$$

Подставим (50) в (49) и сделаем замену переменных $t = \operatorname{tg}^2 \alpha$. Получаем

$$\mathcal{F} = N_0 \mathcal{F}_0 \frac{lb\sqrt{b}}{2} \int_{t_0}^{\infty} \frac{t+1}{(t+bl^2)^{5/2}} dt, \quad (51)$$

где

$$t_0 = \frac{b}{b_m - b}.$$

Выполнив интегрирование в (51), найдем

$$\mathcal{F} = \frac{\mathcal{F}_0 N}{3} \left(2b + \frac{b_m}{l^2(b_m - b) + 1} \right), \quad (52)$$

где N — число частиц в ловушке, определяемое формулой (33). В частности, для ловушек с ускорением Ферми ($b = 1$):

$$\mathcal{F} = \frac{\mathcal{F}_0 N}{3} \left(2 + \frac{b_m}{l^2(b_m - 1) + 1} \right), \quad (53)$$

а для ловушек с бетатронным ускорением ($l = 1$):

$$\mathcal{F} = \frac{\mathcal{F}_0 N}{3} \left(2b + \frac{b_m}{b_m - b + 1} \right). \quad (54)$$

Результаты вычислений показаны на рис. 5а и 5б. Изменение интегральной кинетической энергии частиц имеет форму всплеска. Высота всплеска является минимальной для ловушки с ускорением Ферми ($b = 1$) и максимальной для ловушки с бетатронным ускорением ($l = 1$). Любая другая комбинация l и b приводит к результату, который ограничен этими двумя предельными случаями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Коллапсирующие магнитные ловушки возникают во время солнечных вспышек в результате процесса быстрого магнитного пересоединения и обеспечивают эффективное ускорение захваченных электронов до энергий в несколько десятков МэВ. Тормозное излучение электронов в ловушке отождествляют с расположенными в короне источниками НХР-излучения. В рамках единой модели мы исследовали два главных механизма, увеличивающих энергию частиц в коллапсирующей ловушке, — ускорение Ферми первого порядка и бетатронное ускорение. Для каждого типа ускорения и в общем случае их совместного действия получены формулы для числа электронов в ловушке, их концентрации и интегральной кинетической энергии.

Наибольшая энергия, которую получает электрон в коллапсирующей ловушке, не зависит от механизма ускорения. Она одинакова для ловушек всех типов, вне зависимости от того, какой из двух механизмов преобладает над другим. Однако ловушка, в которой доминирует бетатронное ускорение, лучше удерживает частицы. В ней концентрация захваченных частиц и их интегральная кинетическая энергия достигают значений, в несколько раз превышающих максимально возможные значения этих величин в ловушке с доминирующим ускорением частиц Ферми. В результате ловушки с доминирующим бетатронным ускорением должны порождать всплески НХР-излучения в короне, амплитуда которых больше, а длительность меньше, чем во всплесках, генерируемых в коллапсирующих ловушках с доминирующим ускорением Ферми.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ашванден (M.J. Aschwanden), *Particle Acceleration and Kinematics in Solar Flares* (Dordrecht: Kluwer Academ. Publ., 2002).
2. Богачев С.А., Сомов Б.В., *Астрон. журн.* **78**, 187 (2001).

3. Богачев С.А., Сомов Б.В., Масуда С., Письма в Астрон. журн. **24**, 631 (1998).
4. Браун (J.C. Brown), *Solar Phys.* **18**, 489 (1971).
5. Дэтлоу, Лин (D.H. Datlowe and R.P. Lin), *Solar Phys.* **32**, 459 (1973).
6. Масуда и др. (S. Masuda, T. Kosugi, H. Nara, *et al.*), *Nature* **371**, 495 (1994).
7. Мирошниченко (L.I. Miroshnichenko), *Solar Cosmic Rays* (Dordrecht: Kluwer Academ. Publ., 2001).
8. Сомов (B.V. Somov), *Cosmic Plasma Physics* (Dordrecht: Kluwer Academ. Publ., 2000).
9. Сомов, Косуги (B.V. Somov and T. Kosugi), *Astrophys. J.* **485**, 859 (1997).
10. Сомов Б.В., Богачев С.А., Письма в Астрон. журн. **29**, 621 (2003).
11. Сомов и др. (B.V. Somov, Yu.E. Litvinenko, T. Kosugi, *et al.*), ESA SP-448, 701 (1999).
12. Сыроватский, Шмелева (S.I. Syrovatskiy and O.P. Shmeleva), *Sov. Astron.* **16**, 273 (1972).
13. Тсунета, Найто (S. Tsuneta and T. Natio), *Astrophys. J. Lett.* **495**, L67 (1998).
14. Хадсон (H.S. Hudson), *Solar Phys.* **24**, 414 (1972).