

Отзыв

Научного консультанта на диссертацию М.Н. Алфимова
"Интегрируемые структуры, косетные конформные теории поля и
инстантоны на АLE пространствах,"
представленную на соискание учёной степени кандидата
физико математических наук по специальности 01.04.02 теоретическая
физика.

Сотрудничество М.Н. Алфимова с научной группой из Института Теоретической Физики им. Л.Д. Ландау под моим руководством началось в 2011 году. В то время продолжалось активное развитие направления в конформной теории поля, связанного с соответствием Алдая Гайотты Тачикавы. В сотрудничестве со мной и другими сотрудниками нашей научной группы Михаил написал ряд работ, которые легли в основу представленной диссертации.

Диссертационная работа М.Н. Алфимова посвящена исследованию обобщений соответствия Алдая Гайотты Тачикавы на случай инстантонов в $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричных калибровочных теориях поля на пространстве $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$ и косетных конформных теорий поля. В данной работе затронуты три основных темы: обобщение АГТ соответствия на случай калибровочных теорий на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_4$, исследование пространства модулей инстантонов на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$ и интегрируемые деформации косетных конформных теорий поля в контексте рассматриваемого АГТ соответствия.

Представленная диссертация состоит из Введения, трёх глав, Заключения, списка литературы из 102 наименований и 9 приложений. Объём: 132 страницы.

Первая глава посвящена проверке обобщения АГТ соответствия на случай калибровочных теорий на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_4$ и косетной конформной теорией с S_3 парафермионной алгеброй симметрии. В начале данной главы автор достаточно подробно объясняет метод вычисления инстантонной статистической суммы $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной калибровочной теории на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$. Затем вычисляются вклады в инстантонную статсумму, соответствующую определённым секторам S_3 парафермионной алгебры. После этого автор занимается более подробным рассмотрением структуры S_3 парафермионной алгебры и находит конформные блоки, которые должны соответствовать статсуммам, вычисленным ранее. В следующем разделе показано равенство между данными конформными блоками и инстантонными статсуммами, найденными ранее, с точностью до некоторого фактора. В заключительной части раздела сформулированы некоторые гипотезы относительно конформным блокам в косетных теориях с отличным от 4 значением p .

Во второй главе автор исследует соответствие между алгеброй симметрии $\mathcal{A}(r, p)$ при $r = 2$ и пространством модулей инстантонов на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$. В начальных разделах главы проведено подробное исследование стационарных точек тора на пространстве модулей инстантонов. В частности, проведена классификация производящих функций стационарных точек и показано, что

бесконечное число таких функций можно свести к конечному числу классов эквивалентности.

Поскольку для алгебры $\mathcal{A}(2, p)$ в случае произвольного p неизвестен способ записать коммутационные соотношения, автор прибегает к непрямому методу с использованием дуальности уровня и ранга. Исходя из возможности применять эту дуальность двумя различными способами, построены две реализации алгебры $\mathcal{A}(2, p)$ и вычислены характеры представлений для обеих реализаций. Затем автор выводит формулы, связывающие характеры этих реализаций и производящие функции стационарных точек на пространстве модулей инстантонов, что является важным фактом для доказательства утверждения о соответствии между конформными блоками двумерной конформной теории поля с алгеброй симметрии $\mathcal{A}(2, p)$ и инстантонными статсуммами $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной $U(2)$ калибровочной теории на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$. На основе полученных результатов также получены соотношения между трёхточечными функциями в конформных теориях поля, соответствующих разным реализациям алгебры $\mathcal{A}(2, p)$, что включает в себя интересное обобщение результата для $p = 2$ на случай произвольных p . Также, используя полученные соотношения между характерами реализаций алгебры $\mathcal{A}(2, p)$ и производящими функциями стационарных точек тора на пространстве модулей инстантонов, автор получил новые формулы, связывающие инстантонные статсуммы для разных компактификаций пространства модулей инстантонов на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$.

В третьей части диссертант касается другой интересной темы, а именно того, как связаны интегрируемые деформации косетных конформных теорий поля с алгеброй симметрии $\mathcal{A}(r, p)$ и АГТ соответствие. Анализируется p параметрическая деформация, система соответствующая которой интерполирует между системой Калоджеро Сазерленда типа (r, p) и квантовой системой Кортвега де Фриза типа (r, p) . Главным результатом в этой части диссертации являются уравнения Бете, которые позволяют вычислить спектр рассмотренных интегрируемых деформаций косетных конформных теорий поля. В частности, автор делает подробную проверку правильности спектра интегрируемой системы, даваемого решениями уравнений Бете, для случаев $r = 1$ и произвольного p , $p = 1$ и произвольного r , а также случая $(r, p) = (2, 2)$. При этом сделано важное замечание о том, что число решений уравнений Бете на каждом уровне равно соответствующему коэффициенту в производящей функции стационарных точек на пространстве модулей инстантонов. По мнению автора, данный результат означает, что возможно существование деформации возникающего в контексте АГТ соответствия базиса геометрической природы в косетной конформной теории поля, которая является набором собственных состояний рассматриваемой интегрируемой системы.

В Заключении представлен общий обзор результатов, полученных в диссертации.

В Приложениях представлен ряд довольно сложных вычислений, кото

рые, однако, могут быть полезны для исследователей, желающих разобраться в теме диссертации на более глубоком уровне.

Вместе с тем хотелось бы отметить следующие недостатки

1. Некоторые разделы перегружены избыточным количеством промежуточных вычислений, которые разумнее было бы перенести в Приложения.
2. Возможно, некоторые разделы следовало бы сопроводить более подробной базовой информацией, например, дать более детальное определение косетной конформной теории поля.
3. Диссертация содержит значительное число опечаток.

Несмотря на сделанные замечания, проделанная работа заслуживает высокой оценки, при этом диссертация содержит новые результаты, важные для понимания связи конформной теории поля и инстантонов в суперсимметричных калибровочных теориях поля.

Главный научный сотрудник

Федерального государственного бюджетного учреждения науки

Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау

Российской академии наук

142432, Московская область, г. Черноголовка, sashabelavin@gmail.com

проспект Академика Семенова, д. 1 А

+7 495 702 93 17

член корреспондент РАН

профессор

доктор физико-математических наук

Александр Абрамович Белавин

Подпись А.А. Белавина удостоверяю

20.04.2016

Учёный секретарь ИТФ им. Л.Д. Ландау,

кандидат химических наук




С.А. Крашаков