

Отзыв

официального оппонента на диссертацию М.Н. Алфимова
"Интегрируемые структуры, косетные конформные теории поля и инстантоны на
ALE пространствах",
представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Исследование связей между калибровочными и конформными теориями поля, а также интегрируемых структур в этом контексте в настоящее время является областью активных исследований в теоретической физике. Одним из наиболее известных примеров такого соответствия является соотношение Алдая-Гайотто-Тачикавы (АГТ), а именно соответствие между корреляционными функциями двумерных конформных теорий поля и инстантонными статистическими суммами четырёхмерных суперсимметричных калибровочных теорий поля. Представленная диссертация посвящена различным обобщениям данного соответствия, а также связанным с этим соответствием двумерным интегрируемыми теориями поля.

Рассматриваемая работа разделена на 3 основные части: проверка АГТ соответствия для четырёхмерных $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричных $SU(2)$ калибровочных теорий поля на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_4$, анализ пространства модулей инстантонов на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$ для произвольного p и нахождение спектра интегрируемых деформаций конформных теорий поля, которые АГТ-дуальны калибровочным теориям поля из первых двух глав.

Представленная диссертация состоит из Введения, трёх глав, Заключения, списка литературы из 102 наименований и 9 приложений. Объём 132 страницы.

Во Введении дан общий обзор различных обобщений АГТ соответствия. Указаны два направления обобщения: изменение ранга калибровочной группы и рассмотрение калибровочной теории на ALE пространстве $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$. Также приведён общий вид косетов $\mathcal{A}(r, p)$, задающих конформные теории поля, соответствующие рассматриваемым калибровочным теориям поля. В заключительной части Введения приведены интегрируемые деформации данных косетов, задача вычисления спектра которых будет рассмотрена в последующих разделах данной работы.

В первой главе своей работы автор обращается к рассмотрению обобщения АГТ соответствия на случай четырёхмерной $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной $SU(2)$ калибровочной теории на ALE пространстве. А именно, рассмотрен случай, когда этим пространством является $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_4$. В соответствии с утверждением из Введения, инстантонной статсумме на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_4$ соответствует конформная теория поля с S_3 парафермионной алгеброй симметрии. Случай $p = 4$ является выделенным, так как это единственный случай с $p > 2$, в котором для токов соответствующего косета можно выписать коммутационные соотношения. Автор показывает совпадение конформных блоков в различных секторах S_3 парафермионной конформной теории поля с инстантонными статсуммами $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной калибровочной теории поля на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_4$ с точностью до $U(1)$ -фактора. Для случаев различных p помимо $p = 4$ показано, что частное инстантонной статсуммы $\mathcal{N} = 2$ суперсимметрией $SU(2)$ калибровочной теории поля на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$ и соответствующего $U(1)$ -фактора для данного p имеет структуру конформного блока, то есть является функцией не лиувиллевских импульсов операторов, а размерностей этих операторов, что является дополнительным свидетельством правильности полученных АГТ соотношений для общего p .

Вторая глава посвящена развитию гипотезы об обобщении АГТ соответствия на случай $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричных $SU(2)$ калибровочных теорий на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$. Глава начинается с анализа стационарных точек действия тора на пространстве модулей инстантонов данной теории. Показано, что бесконечное множество производящих функций стационарных точек может быть разделено на конечное число классов эквивалентности, в которых производящие функции пропорциональны друг другу. Для анализа косетных конформных теорий поля $\mathcal{A}(2, p)$, дуальных $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричным $SU(2)$ калибровочным теориям на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$, автор применяет дуальность уровня и ранга косета. Благодаря этому приёму, применяемому двумя различными способами, оказывается возможным построить две реализации рассматриваемых косетных конформных теорий поля. В первой реализации автор получает алгебру симметрии конформной теории поля как произведение p копий алгебры Гейзенберга и p моделей с симметрией Вирасоро с определённым соотношением центральных зарядов. Во второй реализации с применением дуальности уровня и ранга другим способом косетная алгебра симметрии строится как произведение p копий алгебры Гейзенберга, $p - 1$ последовательных Минимальных Моделей и другой косетной алгебры симметрии с целым рангом составляющих её аффинных алгебр Ли, что делает возможным анализ такой алгебры. Главным результатом второй главы является получение равенств, связывающих характеры представлений обеих реализаций алгебры симметрии $\mathcal{A}(2, p)$ конформных теорий поля, АГТ-дуальных калибровочным теориям на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$. Также автор показывает, что аналогичные формулы верны и для инстантонных статсумм, соответствующих данным характерам представлений двух разных реализаций. В качестве дополнительного результата необходимо отметить вывод формул, связывающих трёхточечные функции для разных реализаций косетной конформной теории $\mathcal{A}(2, p)$, дуальной четырёхмерной $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной $SU(2)$ калибровочной теории поля.

В третьей части работы автор переходит к рассмотрению интегрируемых деформаций косетных конформных теорий поля с алгеброй симметрии $\mathcal{A}(r, p)$. В данной части работы исследуется p -параметрическая система интегралов движения, которая интерполирует между обобщением системы Калоджеро-Сазерленда и обобщением системы Кортвега-де-Фриза. Автору удалось получить набор уравнений Бете, решения которых дают спектр интегралов движения. Отдельно рассмотрены случаи $r = 1$ и произвольного p ($\hat{\mathfrak{gl}}(p)_1$ алгебра), $p = 1$ и произвольного r (сумма алгебр Гейзенберга и W -алгебры) и $r = p = 2$ (сумма алгебры $\hat{\mathfrak{gl}}(2)_2$ и косета). Во всех этих случаях проверено, что уравнения Бете дают правильный спектр интегралов движения. Примечательным фактом является то, что решения уравнений Бете находятся в однозначном соответствии со стационарными точками на пространстве модулей инстантонов $\mathcal{N} = 2$ суперсимметричной $SU(2)$ калибровочной теории на $\mathbb{C}^2/\mathbb{Z}_p$. А в силу того, что каждая из этих точек соответствует элементу специального базиса геометрического происхождения, отмечена возможность соответствия решений уравнений Бете и элементов этого базиса.

В Заключении диссертации кратко изложены результаты вычислений в общем контексте АГТ соответствия и проанализированы направления дальнейших возможных исследований. Сложные и громоздкие вычисления содержатся в Приложениях, что позволяет читателю глубже вникнуть в суть работы.

К недостаткам диссертации можно отнести не всегда удачный, на мой взгляд, вы-

бор обозначений, а также то, что некоторые разделы перегружены большим количеством промежуточных вычислений. Однако это ни в коей мере не умаляет научной ценности данной работы.

Убежден, что представленная диссертация является актуальной работой высокого научного уровня. Она содержит новые результаты о связи конформной теории поля и инстантонов в суперсимметричных калибровочных теориях поля. Результаты работы и степень их новизны соответствуют требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор М.Н. Алфимов заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Официальный оппонент:

Главный научный сотрудник

доктор физико-математических наук

e-mail: zabrodin@itep.ru

Антон Владимирович Забродин

30 августа 2016 г.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт биохимической физики им. Н.М. Эмануэля Российской академии наук.

119334, г. Москва, ул. Косыгина, д. 4, Тел.: 8(499)135-78-94, Факс: 8(499)137-41-01,
e-mail: ibcp@sky.chph.ras.ru.

Подпись А.В. Забродина удостоверяю

И. о. учёного секретаря ИБХФ РАН им. Н.М. Эмануэля

доктор биологических наук



И.Б. Дудник