

ОТЗЫВ

официального оппонента Фейгина Е.Б. на диссертацию Белавина Владимира Александровича «Интегрируемость и дуальности двумерной конформной теории поля», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 - теоретическая физика.

Диссертация Владимира Александровича Белавина посвящена изучению различных вопросов двумерной конформной теории поля. Эта область теоретической физики начала бурно развиваться после пионерских работ А.Полякова в начале восьмидесятых годов 20 века и является краеугольным камнем многочисленных современных теорий и конструкций в таких областях теоретической физики и математики, как квантовая теория поля, теория струн, теория представлений бесконечномерных алгебр Ли, теория вертекс-операторных алгебр. Несмотря на огромное количество работ учёных со всего мира (как физиков, так и математиков), в двумерной конформной теории поля по-прежнему имеется очень большое число открытых вопросов и нерешённых важных задач. Одна из причин этого состоит в постоянно открывающихся новых связях КфТП с другими областями науки. В работе Белавина решён ряд важных задач. Это не только позволило получить ответы на ряд открытых до этого вопросов, но и в дальнейшем приведёт к развитию ряда направлений двумерной КфТП.

Основной задачей при изучении той или иной квантовой теории поля является вычисление (многоточечных) корреляционных функций. Основой для развития современной двумерной конформной теории поля послужил так называемая идея конформного бутстрапа, заключающаяся в частичном переводе физической структуры теории на алгебраический язык. Это позволяет накладывать ограничения на вид корреляционных функций и находить для них явные формулы. Ключевую роль при этом играют бесконечномерные алгебры симметрий (содержащих алгебру Вирасоро) и их естественные обобщения – алгебры локальных полей теории (вертекс-операторные алгебры на математическом языке). Роль этих симметрий проявляется при использовании соответствия между полями и состояниями, которое позволяет параметризовать поля теории с помощью векторов в представлениях вертекс-операторных алгебр. Локальные поля при этом реализуются как формальные ряды с коэффициентами в пространстве операторов, действующих на пространстве состояний теории. Этот подход позволяет вычислять операторные разложения, конформные блоки и корреляционные функции.

Среди современных математических методов, применяемых для изучения двумерных конформных теорий, следует отметить теорию фробениусовых многообразий и геометрию пространств инстантонов (так называемая дуальность Алдая, Гайотто и Тачикава). Оба эти направления используются в работе В.А.Белавина для изучения различных конформных теорий: дуальный подход к минимальной лиувиллевской гравитации (в том числе, вычисление производящей функции корреляторов) разрабатывается с помощью теории фробениусовых многообразий, а АГТ дуальность

применяется для изучения $N=2$ суперконформных теорий и двумерных минимальных моделей с W_N симметрией.

Диссертационная работа В.А.Белавина состоит из введения, пяти глав, заключения, четырёх приложений и списка литературы (209 наименований). Объем диссертации 317 страниц.

Во введении приведено краткое содержание работы, сформулированы цели и задачи исследования, перечислены основные результаты. Кроме того, введение содержит краткое описание современного состояния научных исследований в области двумерной конформной теории поля, а также обсуждение актуальности тематики и значимости полученных результатов.

Первая глава посвящена изучению $N=1$ суперсимметричной теории Лиувилля с точки зрения конформного бутстрапа. После определения основных общих понятий, таких как операторные алгебры и корреляционные функции, автор выводит рекуррентные формулы для четырёхточечных суперконформных блоков. В первой главе также вычислены структурные константы операторной алгебры и получено рекуррентное соотношение по центральному заряду.

Вторая глава посвящена изучению интегрируемых возмущений конформных моделей. Получен ряд результатов о структуре деформированной операторной алгебры, описаны корреляторы в ультрафиолетовом и инфракрасном режимах (в последнем случае результаты базируются на формфакторном подходе, разработанном Ф.Смирновым). Также вторая глава содержит описание корреляционных функций в двух конкретных примерах: возмущённой модели $M(2,7)$ и модели Ли-Янга.

В третьей главе автор изучает минимальную лиувиллевскую гравитацию – специальный класс точно решаемых моделей. Приведено описание соответствующей операторной алгебры, описаны физические состояния и вычислены корреляционные числа. Кроме того, описаны амплитуды на торе, высшие уравнения движения и получены явные выражения для корреляционных функций в $N=1$ суперсимметричной минимальной теории струн.

Четвёртая глава посвящена изучению дуального подхода к минимальной гравитации Лиувилля. Основными объектами этой главы являются струнное уравнение Дугласа, определяющее статистическую сумму, фробениусовы многообразия и интегрируемые иерархии. Используя связь между струнным уравнением и фробениусовыми многообразиями типа A , В.А.Белавин разрабатывает новый метод для вычисления производящей функции корреляционных чисел и применяет его для вычисления двух-, трёх- и четырёхточечных корреляторов в МЛГ. Также в четвёртой главе описывается подход к вычислению плоских координат на фробениусовом многообразии и приводятся вычисления для моделей Гепнера.

В пятой главе автор исследует аналог двойственности Алдая-Гайотто-Тачикава для некоторых классов двумерных конформных теорий поля. Автор изучает случай $N=2$ суперконформных алгебр, действующих на пространстве состояний теории, и

описывает соответствующую модификацию пространств модулей. Вычисляя характер неподвижных точек, Белавин получает явное комбинаторное выражение для суперконформного блока. Глава также содержит обобщение вышеописанного подхода на класс косетных теорий, в частности, теорий с симметриями, задающимися W -алгебрами.

Диссертационная работа В. А. Белавина не лишена недостатков. В частности, в работе не всегда чётко выделены основные утверждения и теоремы разделов. Кроме того, в работе использовано довольно большое количество сокращений, расшифровки которых разбросаны по всему тексту, что усложняет работу с диссертацией. Указанные замечания не влияют на общую высокую оценку диссертации и не снижают ее научной ценности.

Диссертация выполнена на высоком научном уровне. Полученные автором результаты являются новыми и важными и могут быть использованы сотрудниками таких научных учреждений, как Физический Институт им. П.Н.Лебедева РАН, Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау, Национальный Исследовательский Университет Высшая Школа Экономики и в других научных центрах. Список публикаций автора по теме диссертации составляет 20 работ, опубликованных в ведущих международных рецензируемых журналах. Результаты работы неоднократно докладывались на международных конференциях и семинарах. Автореферат полно отражает содержание диссертации.

Диссертация В. А. Белавина «Интегрируемость и дуальности двумерной конформной теории поля» отвечает всем требованиям ВАК РФ, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор, Белавин Владимир Александрович, безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 теоретическая физика.

11 января 2018 года

Официальный оппонент
д.ф.-м.н. Евгений Борисович Фейгин
профессор НИУ Высшая Школа Экономики

