

“УТВЕРЖДАЮ”

Директор

НИИЦ “Курчатовский институт” – ИТЭФ

В.Ю. Егорычев



2017 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации Белавина Владимира Александровича «Интегрируемость и дуальности двумерной конформной теории поля», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.04.02 – теоретическая физика.

Диссертационная работа В. А. Белавина посвящена исследованию актуальной проблемы современной теоретической физики построения и анализа точнорешаемых моделей, описывающих взаимодействия элементарных физических объектов, таких как частицы и струны, и развитию непертурбативных подходов квантовой теории поля для достижения этой цели.

Основное место отводится изучению двумерных моделей, обладающих различными типами конформной симметрии, такими как симметрия алгебры Вирасоро, ее суперсимметричные расширения, W -симметрия. Помимо этого в работе рассматриваются массивные теории, представляющие собой интегрируемые возмущения конформных моделей, и исследуются модели двумерной гравитации, также представляющие собой специальный класс моделей конформной теории поля. Для анализа исследуемых моделей развиваются новые методы, при этом в каждом рассматриваемом случае демонстрируется возможность построения независимых “дуальных” подходов, позволяющих продвинуться в том или ином аспекте исследования теории. Работа состоит из введения, пяти глав, заключения и 4 приложений, список цитируемой литературы содержит 209 наименований. Полный объем диссертации составляет 317 страниц.

Введение посвящено обсуждению последних исследований в области конформной теории поля, массивных интегрируемых моделей, теории минимальной некритической струны, а также недавно обнаруженного соответствия между двумерными конформными моделями и четырехмерными $N = 2$ суперсимметричными калибровочными теориями. Перечисляются цели и задачи

исследования и отмечается актуальность решаемых проблем. Также дано краткое описание содержания и приведены основные результаты диссертации.

В первой главе обсуждается общая структура конформной теории поля, вводятся основные понятия и объекты исследования – корреляционные функции локальных полей. Описывается роль функции конформного блока в конструкции корреляционных функций. Целью главы является реализация программы конформного бутстрапа в $N = 1$ суперсимметричной теории Лиувилля, дающей возможность полного описания конформной теории поля с данным типом симметрии. Основным объектом исследования в данной главе является конформный блок теории, при этом, поскольку последний определяется исключительно алгеброй симметрии, то результаты исследования применимы не только для суперсимметричной теории Лиувилля, но также для более широкого класса теорий с возможностью как дискретного, так и непрерывного спектра примарных полей, в частности для минимальных суперсимметричных моделей. В данной главе выводятся рекуррентные соотношения для четырехточечных суперконформных блоков. Вывод основан на анализе аналитических свойств суперконформных блоков. Показывается, что результаты вычислений, основанных на использовании полученных соотношений, согласуются с известными результатами в случае специального выбора значений параметров, отвечающих вырожденным представлениям конформной алгебры. Данные рекуррентные соотношения представляют собой эффективный способ вычисления корреляционных функций в суперконформной теории поля. В специальном случае 4-точечной функции они позволяют проверить основное требование к самосогласованной теории поля – совместность структуры операторной алгебры с данным типом конформной симметрии.

Помимо этого в данной главе предложен вывод структурных констант в секторе Невье-Шварца. Вывод базируется на использовании основного динамического принципа конформной теории – требовании отщепления сингулярных векторов в пространстве представления со старшим весом для физических полей. Предложенный подход позволяет произвести вывод структурных констант операторной алгебры, оставаясь в рамках рассматриваемого сектора, и представляет собой независимый способ, согласующийся с известными ранее результатами, требующими дополнительного анализа в секторе полей Рамона. Для четырехточечной корреляционной функции показано выполнение кроссинг-симметрии. Метод вычисления суперконформных блоков, основанный на полученных рекурсивных соотношениях двух типов (рекурсия по центральному заряду и так называемая эллиптическая рекурсия) и реализация программы конформного бутстрапа в суперсимметричной конформной теории поля являются основными результатами данной главы.

Во второй главе исследуется специальный класс интегрируемых моделей, возникающих в результате возмущения релевантным оператором критической теории, описываемой некоторой минимальной моделью КфТП. В определенной таким образом массивной теории развивается аналитический метод вычисления корреляционных функций, основанный на анализе деформации структуры операторной алгебры локальных полей. Предложенный метод дает возможность вычисления явного вида поправок по константе взаимодействия к структурным функциям. Данный метод, а также знание вакуумных средних локальных операторов в рассматриваемых интегрируемых моделях дает явные выражения для корреляционных функций на малых расстояниях в виде рядов по константе связи. Для вычисления корреляционных функций на больших расстояниях развивается метод формфакторного бутстрапа, основанный на свойстве факторизации процессов рассеяния и некотором наборе утверждений о поведении формфакторов локальных операторов в интегрируемых двумерных теориях, доказанных Ф. Смирновым. Проанализирована роль вклада операторов потомков в операторное разложение, а также эффект нарушения конформных правил слияния при выходе из фиксированной точки. Показывается, что оба фактора играют ключевую роль для анализа корреляций некритической теории. Главным итогом данной главы является демонстрация того факта, что комбинация двух развитых дуальных подходов позволяет контролировать поведение корреляционных функций на всех масштабах.

В следующей главе исследуется специальный класс точно решаемых моделей некритической теории струн. Исследуемая теория интересна тем, что представляет собой хорошо определенную модель индуцированной двумерной гравитации. В качестве материи (или же таргет-пространства в струнной интерпретации) в ней выступает некоторая минимальная модель КфТП, тогда как гравитационный сектор описывается конформной теорией Лиувилля. Как и критическая струна такая теория обладает БРСТ-симметрией и в рамках стандартного подхода БРСТ-квантования в данной главе в ней производится анализ квантовых корреляций. Основное новое утверждение заключается в том, что между физическими состояниями теории имеется весьма нетривиальное соотношение, связывающее логарифмические производные элементов основного кольца (БРСТ-когомологий с духовым зарядом ноль) с полями с духовым зарядом один, входящими в выражения физических амплитуд. Данное соотношение позволяет сводить интегрирование по пространству модулей римановых поверхностей в выражениях для корреляционных чисел к учету вкладов граничных членов, которые в свою очередь определяются разложениями операторных произведений примарных полей, входящих в конструкцию “логарифмических” полей. Предложенный способ позволяет в явном виде вычислять все необходимые операторные произведения и граничные члены. Проведенный анализ приводит к явным выражениям для корреляционных чисел в $N = 1$ суперсимметричной минимальной теории струн.

В четвертой главе обсуждается дуальный подход к теории минимальной гравитации Лиувилля (МЛГ), вытекающий из идеи описания МЛГ как теории критических статистических моделей, определенных на флуктуирующих двумерных поверхностях. Как известно, такой взгляд приводит к формализму матричных моделей (ММ). Известное утверждение, восходящее к Виттену, заключается в возможной эквивалентности теории ММ и МЛГ. Предложенная Дугласом формулировка определяет статистическую сумму матричных моделей по некоторому специальному решению так называемого струнного уравнения. В контексте МЛГ этот результат позволяет в принципе определить основную искомую величину – производящую функцию корреляционных чисел. Однако явное использование уравнения Дугласа приводит к необходимости решения ряда концептуальных вопросов, которые исследуются в данной главе.

Новые результаты в исследовании данной проблемы базируются на связи теории фробениусовых многообразий (ФМ) и струнного уравнения. В данной главе исследуется структура специального ФМ, возникающего в контексте теории минимальной гравитации. Результатом главы является ряд утверждений касательно этой структуры, которые приводят к явному выражению для производящей функции. В частности, исследуется проблема резонансов, связанная с возможностью появления контактных членов в конструкции корреляционных чисел. Основным результатом данной главы является метод вычисления производящей функции корреляционных чисел. Из анализа структуры ФМ получено надлежащее решение струнного уравнения, явный вид резонансных соотношений и структурные константы ФМ, необходимые для определения производящей функции.

Пятая глава диссертации посвящена исследованию дуальности между суперсимметричными четырехмерными калибровочными теориями и двумерными конформными теориями поля с различными типами киральных алгебр. Рассматриваемые четырехмерные теории являются в определенном смысле интегрируемыми – эффект локализации в этих теориях дает возможность получения точных ответов без привлечения стандартных методов теории возмущений, что, в свою очередь, позволяет продвинуться в изучении различных эффектов присущих калибровочным теориям, таких как конфайнмент цвета. Исследование суперсимметричных калибровочных теорий представляет собой фундаментальное направление, инициированное в работе Зайберга, Виттена в 1994 и активно развивающееся вплоть до настоящего времени. Важный прогресс в данном направлении был достигнут в работе Алдая, Гайотто и Тачикавы в 2011, где было установлено соответствие (именуемое теперь АГТ-соответствием) между упомянутыми теориями с калибровочной группой $SU(2)$ в евклидовом четырехмерном пространстве и 2D конформной теорией поля Лиувилля.

В данной главе изучаются возможные обобщения АГТ-соответствия на случай конформных теорий, обладающих расширенными типами конформной симметрии. Основное место отводится исследованию ситуации, когда двумерная теория обладает $N = 1$ суперконформной симметрией. Показывается, что необходимая модификация соответствующей суперсимметричной колчанной $SU(2)$ калибровочной теории заключается в замене пространства \mathbb{R}_4 на \mathbb{Z}_2 -орбифолд \mathbb{R}_4 . Более конкретно показано, что \mathbb{Z}_2 -симметрия редуцирует пространство модулей инстантонов калибровочной теории и показано, каким образом модифицируется инстантонная статсумма. С использованием техники локализации получены явные выражения для n -инстантонных вкладов в инстантонную статсумму. Эта связь имеет ряд замечательных последствий, в частности, она дает явное комбинаторное представление для функции суперконформного блока. Основным результатом данной главы является в установленном соответствии между геометрией пространства калибровочной теории и симметрией двумерной конформной теории. В данной главе предложено обобщение данной связи на широкий класс конформных теорий поля с симметрией алгебры, задаваемой косетом $\widehat{gl}(n)_N/\widehat{gl}(n-p)_N$, включающей в себя W -алгебры, суперсимметричные и парафермионные расширения алгебры Вирасоро. Соответствующие четырехмерные теории обладают калибровочной группой $SU(N)$ и определены на орбифолде $\mathbb{R}_4/\mathbb{Z}_p$ (параметр n , определяющий посредством уровень-ранг дуальности центральный заряд КфТП, соответствует параметру деформации калибровочной теории, позволяющей применить к ней технику локализации). Также детально исследуется ряд конкретных интересных случаев, в частности $N = 2$ КфТП, а также специфика минимальных моделей с W -симметрией.

В заключении приведены полученные в диссертации основные новые результаты. Среди них отметим следующие:

- Полученные в представленной диссертационной работе рекуррентные соотношения для функции конформного блока в суперсимметричной конформной теории представляют собой эффективный инструмент для вычисления корреляционных функций. Использование рекуррентных соотношений для четырехточечных суперконформных блоков позволило впервые осуществить программу конформного бутстрапа в суперсимметричной теории Лиувилля.

- Развитые в диссертационной работе методы конформной теории возмущений позволяют исследовать ультрафиолетовую асимптотику корреляционных функций в возмущенных минимальных моделях конформной теории поля. В интегрируемых возмущениях развит независимый форм-факторный подход. Впервые исследован вопрос сопоставления двух подходов с учетом вклада полей потомков в поправки теории возмущений. Убедительно показана согласованность

двух подходов, что подтверждает все использованные нетривиальные предположения о структуре теории массивных интегрируемых возмущений конформных теорий.

– Исследована суперсимметричная версия минимальной теории гравитации Лиувилля. Данная теория представляет научный интерес, поскольку является точнорешаемой моделью некритической суперструны. Найденная связь между логарифмическими аналогами состояний из специальной дискретной серии и физическими полями позволяет вычислять аналитически корреляционных числа, определяющие амплитуды рассеяния струнной теории.

– В дуальной формулировке впервые предложен явный способ вычисления производящей функции корреляционных чисел в Минимальной Лиувиллевской Гравитации. Прояснена роль структуры многообразия Фробениуса, связанного с МЛГ, и роль плоских координат на этом многообразии, а также форма резонансных преобразований для вычисления производящей функции.

– В диссертационной работе предложено обобщение АГТ соответствия на широкий класс конформных теорий, в частности, на суперсимметричную конформную теорию. Данный результат имеет важное значение как со стороны калибровочных теорий, так и со стороны двумерных конформных теорий. В частности, он проясняет интегрируемую структуру конформной теории поля и дает явные формулы для конформных блоков широкого класса конформных моделей.

Диссертационная работа содержит большой объем материала, изложенного четко и ясно. Полученные результаты являются оригинальными и хорошо обоснованными. Они вносят существенный вклад в развитие новых подходов к построению и изучению точнорешаемых моделей квантовой теории поля, активно исследуемых в настоящее время. В то же время, следствия из полученных в диссертации результатов для различных частных случаев активно используются и подтверждаются результатами, полученными другими авторами, свидетельствуя об их достоверности.

В. А. Белавиным выполнены важные исследования, направленные на анализ дуальностей в квантовой теории поля. Данное направление исследований актуально в настоящий момент в связи с широким распространением применения конформной теории поля в контексте АдС/КфТП-соответствия, в четырехмерной теории поля, в связи с проявлением различных механизмов дуальностей, а также в рамках теории струн. Теоретические методы, использованные в диссертации, являются современными и перспективными в исследованиях как суперсимметричных калибровочных теорий, так и в теории критических явлений в двух измерениях.

Диссертация выполнена на высоком теоретическом и математическом уровне, содержит важные новые результаты, которые могут быть использованы при дальнейшем развитии этого направления исследований в таких научных учреждениях, как Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау, Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова, Объединенный институт ядерных исследований и в других российских научных центрах. Список публикаций автора по теме диссертации включает 20 работ, опубликованных в ведущих международных реферируемых журналах, таких как Journal of High Energy Physics, Nuclear Physics B, Письма в ЖЭТФ, результаты работы неоднократно докладывались на международных конференциях. Автореферат полно отражает содержание диссертации.

В качестве замечаний к диссертационной работе В. А. Белавина, отметим, что в работе не всегда уделяется достаточное внимание возможным физическим приложениям полученных результатов, в частности, обобщение АГТ-соответствия, изложенное в диссертации, безусловно, получило серьезное дальнейшее развитие, описание которого практически отсутствует в тексте. Из технических недочетов можно отметить отсутствие единого списка используемых в тексте сокращений, что несколько затрудняет чтение диссертации. Впрочем, указанные замечания не влияют на общую высокую оценку диссертации и не снижают ее научной ценности.

Диссертация В. А. Белавина «Интегрируемость и дуальности двумерной конформной теории поля» отвечает всем требованиям ВАК РФ предъявляемым к докторским диссертациям по специальности 01.04.02 – теоретическая физика, а ее автор, Белавин Владимир Александрович, безусловно заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

Отзыв составлен по результатам обсуждения диссертации В.А. Белавина на заседании семинара лаборатории методов математической физики НИЦ «Курчатовский институт» – ИТЭФ 14 декабря 2017 года.

Начальник лаборатории методов математической физики
НИЦ «Курчатовский институт» – ИТЭФ
кандидат физ.-мат. наук

Васильев Дмитрий Викторович
e-mail: vasiliev@itep.ru
Тел.: +7(499)123-35-55



Отзыв составил старший научный сотрудник лаборатории
методов математической физики НИЦ “Курчатовский институт” – ИТЭФ
доктор физ.-мат. наук

Забродин Антон Владимирович

e-mail: zabrodin@itep.ru

Тел.: +7(499)123-35-55



Федеральное государственное бюджетное учреждение “Институт теоретической и эксперимен-
тальной физики им. А.И. Алиханова Национального исследовательского центра “Курчатовский
институт” (НИЦ “Курчатовский институт” – ИТЭФ), 117218 г. Москва, ул. Большая Черемуш-
кинская, д. 25, Телефон: +7(499)123-96-68, <http://www.itep.ru>