

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
НАУКИ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМЕНИ П.Н. ЛЕБЕДЕВА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Павлов Николай Геннадьевич

**РАДИОФОТОННЫЕ УСТРОЙСТВА НА БАЗЕ  
ОПТИЧЕСКИХ МИКРОРЕЗОНАТОРОВ**

Специальность 01.04.21 — Лазерная физика

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
Городецкий Михаил Леонидович

Научный консультант:  
член-корреспондент РАН,  
доктор физико-математических наук  
Колачевский Николай Николаевич

Москва — 2018

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение</b> . . . . .	4
<b>Глава 1. Изготовление оптических микрорезонаторов</b> . . . . .	16
1.1 Техника алмазного точения . . . . .	16
1.2 Выводы к главе 1 . . . . .	26
<b>Глава 2. Добротность МШГ и элементы связи</b> . . . . .	27
2.1 Механизмы определяющие добротность . . . . .	27
2.2 Элементы связи . . . . .	30
2.2.1 Теория связи с микрорезонаторами . . . . .	31
2.2.2 Методика создания интегрального волновода . . . . .	33
2.2.3 Экспериментальные результаты с интегральным волноводом . . . . .	36
2.3 Выводы к главе 2 . . . . .	40
<b>Глава 3. Модулятор на основе МШГ</b> . . . . .	41
3.1 Теория модулятора с МШГ . . . . .	41
3.2 Моделирование радиочастотных мод . . . . .	45
3.3 Моделирование МШГ мод и расчет сдвига частот . . . . .	47
3.4 Полуволновое напряжение МШГ модулятора . . . . .	49
3.5 Эксперимент по созданию модулятора на основе ниобата лития . . . . .	51
3.6 Выводы к главе 3 . . . . .	58
<b>Глава 4. Генерация двойной оптической гребенки на основе     диссипативных керровских солитонов в МШГ     резонаторах</b> . . . . .	59
4.1 Генерация ДКС в микрорезонаторах . . . . .	60
4.2 Двойная оптическая гребенка в двух микрорезонаторах с близкими межмодовыми частотами . . . . .	63
4.3 Двойная оптическая гребенка в одном микрорезонаторе . . . . .	69

4.4	Модуляция накачки на межмодовой частоте микрорезонатора для перехода в односолитонный режим . . . . .	72
4.5	Выводы к главе 4 . . . . .	78
<b>Глава 5. Затыгивание частоты лазерных диодов внешним высокодобротным микрорезонатором . . . . .</b>		
5.1	Аналитическая модель лазерной динамики в режиме затыгивания	79
5.1.1	Затыгивание частоты лазерного диода . . . . .	81
5.1.2	Аналитические оценки . . . . .	85
5.1.3	Перестройка частоты в режиме затыгивания . . . . .	87
5.1.4	Численное моделирование и экспериментальные результаты	88
5.2	Затыгивание и генерация солитонных гребенок с одночастотным диодом с распределенной обратной связью . . . . .	91
5.3	Затыгивание и генерация солитонов с многочастотным диодом . .	94
5.3.1	Измерение уровня обратной связи при стабилизации многочастотных диодов . . . . .	94
5.3.2	Затыгивание многочастотных лазерных диодов . . . . .	96
5.3.3	Генерация ДКС при накачке многочастотным диодом . . .	101
5.3.4	Многочастотные режимы генерации лазерного диода, стабилизированного микрорезонатором . . . . .	106
5.4	Выводы к главе 5 . . . . .	107
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>109</b>
<b>Список сокращений и условных обозначений . . . . .</b>		<b>111</b>
<b>Список литературы . . . . .</b>		<b>112</b>
<b>Приложение А. Пример кода программы для точения микрорезонатора из цилиндрической заготовки</b>		
		<b>126</b>

## Введение

### Актуальность проблемы

В последнее десятилетие активно развиваются технологии по переходу от электронных систем к радиофотонным. Радиофотоника—научное направление, изучающее взаимодействие оптического и радиочастотного излучения в задачах приема, передачи и обработки информации. Направление связано с использованием методов и средств фотоники совместно с радиоэлектронными элементами. Принципиальные преимущества приборов, аппаратуры и систем на основе радиофотоники над традиционной электронной, основаны на фундаментальных различиях фотонов и электронов, как носителях энергии и информации, что позволяет создавать системы с практически неограниченным быстродействием и высокой помехоустойчивостью. Причем переход работы аппаратуры с радиочастотного диапазона (длин волн метры – сантиметры) на оптический диапазон (микроны – субмикроны) сам по себе дает выигрыш по массогабаритным параметрам на порядки, за счет многократного уменьшения практически всех размеров ее элементов. В начале XXI–го века все преимущества оптических методов были реализованы на нанотехнологическом уровне. Созданная новая элементная база и разработка новых методов ее применения позволила не только значительно повысить характеристики радиосистем, но и качественно расширить быстродействие и разрешающую способность подобных систем.

Одним из наиболее перспективных элементов радиофотоники является оптический микрорезонатор с модами шепчущей галереи (МШГ). Оптические микрорезонаторы с МШГ, получившие свое название от шепчущей галереи в соборе Святого Павла в Лондоне [1], уникально сочетают в себе субмиллиметровый размер с гигантской добротностью ( $Q > 10^8$ ) [2]. Подобные микрорезонаторы из материалов с квадратичной и кубической нелинейностью являются перспективной платформой в различных областях фотоники и радиофотоники, таких как нелинейная оптика с генерацией керровских частотных гребенок [3], оптомеханика [4], прецизионная спектроскопия [5; 6]. Также они используются как внешние компактные резонаторы для стабилизации лазерных диодов [7; 8]. Кроме этого, микрорезонаторы находят все более широкое применение в экспе-

риментальной физике, в частности в высокостабильных генераторах, разнообразных сенсорах, фильтрах и других фотонных устройствах [9].

Для микроволновых систем сотовой связи и других сетей разнообразных коммуникационных систем требуются устройства, способные принимать, преобразовывать и обрабатывать сигналы в миллиметровом и сантиметровом диапазонах. Эту роль могут взять на себя электрооптические модуляторы, основанные на взаимодействии электромагнитных волн в нелинейных оптических резонаторах с высокодобротными МШГ. В 2000 году был продемонстрирован подход, позволяющий эффективно связать в микрорезонаторах микроволновое и световое поле [10; 11]. В этих исследованиях эффективное резонансное взаимодействие между многими оптическими МШГ и микроволновой модой достигалось за счет тщательной разработки формы МШГ и СВЧ резонаторов. На основе такого взаимодействия был предложен и реализован новый вид электрооптического модулятора, а также фотонного приемника микроволнового излучения. В такой конфигурации была продемонстрирована рекордная на сегодняшний день чувствительность 3 пВт (-85 дБм) в полосе 60 МГц на частоте 14.6 ГГц [12]. Преимущества МШГ модуляторов состоят в энергоэффективности ( $V_\pi = 100$  мВ) и чувствительности, по сравнению с повсеместно используемыми модуляторами на основе интерферометра Маха-Цендера (ИМЦ) [13], в которых характерное напряжение полной модуляции  $V_\pi = 5$  В. Хотя модуляторы такого типа имеют полосу, превышающую 40 ГГц [14], эффективность преобразования СВЧ сигнала в них не слишком высока. Обзор современного состояния в области МШГ оптических модуляторов и приемников представлен в докладе [15]. Важной задачей в этом направлении является создание компактного и широкополосного модулятора на основе микрорезонатора, способного передавать низкочастотные сигналы по оптическим каналам связи.

Развитие фемтосекундных оптических частотных гребенок оказало огромное влияние на науку и технологии с момента их первоначального открытия в 2000 году [16]. Оптические гребенки на основе фемтосекундных лазеров произвели революцию в метрологии, впервые непосредственно связав хорошо измеряемые частоты радиодиапазона с высокими оптическими частотами. С 2005 года, когда методы прецизионных измерений на основе оптических гребенок были отмечены нобелевской премией, до сегодняшнего дня происходит интенсивный рост различных приложений, где оптические гребенки становятся неза-

менимым инструментом. Оптические гребенки позволяют проводить прецизионные измерения с точностью, которая была недостижима ранее другими методами в различных областях науки и техники, таких как калибровка астрономических спектрографов [17], определение расстояний [18], молекулярная спектроскопия [19] и других. Одним из наиболее интересных направлений исследования микрорезонаторов из материалов с кубической нелинейностью являются керровские частотные гребенки. В 2007 году было обнаружено, что МШГ могут использоваться для генерации оптических частотных гребенок, то есть каскадной генерации оптических частот, расположенных на равных интервалах друг от друга [20–24]. Возникновение частотных гребенок – результат каскадных процессов четырехволнового смешения [20; 25]. В отличие от обычных гребенок в лазерах с синхронизацией мод [26], для частотных гребенок на основе микрорезонаторов характерны, как правило, произвольные фазовые соотношения между спектральными линиями. Такие гребенки не соответствуют стабильным ультракоротким импульсам во временной области. В 2014 году было показано [3], что возможна генерация частотных гребенок в режиме, соответствующем образованию диссипативных керровских солитонов (ДКС), определяющем стабильные фазовые соотношения между линиями гребенки. ДКС в микрорезонаторах сочетают в себе уникальные свойства такие как широкополосный источник света со стабильной частотой повторения, низким фазовыми шумами СВЧ биений [25; 27; 28], и широким спектром вплоть до октавы [29; 30]. В частности, они были продемонстрированы в оптических микрорезонаторах на основе нелинейных кристаллов ( $MgF_2$ ) [3; 31], кварца [32; 33], и интегральных чипах из нитрида кремния ( $Si_3N_4$ ) [34; 35]. В последнее время частотные гребенки в микрорезонаторах привлекают значительный научный и практический интерес как альтернатива традиционным оптическим гребенкам. Гребенки в микрорезонаторах позволяют достичь уровня миниатюризации (размеры несколько мм) и энергоэффективности, трудно достижимого для гребенок, полученных с помощью фемтосекундных лазеров в режиме синхронизации мод (размеры несколько метров). Одно из многообещающих применений ДКС – спектроскопия на основе двойной гребенки. Это метод позволяющий измерять поглощение без дифракционных элементов со скоростью, ограниченной лишь скоростью работы современной электроники. Использование двух гребенок [36] позволяет реализовать прямое преобразование оптического спектра в радиочастотную об-

ласть. В данный момент метод нашел применения в таких областях как лазерная локация [37] с субмикронной точностью [38] или спектроскопия с высоким разрешением [39]. В дополнение, метод двойной гребенки может быть применен к когерентной антистоксовской рамановской спектроскопии (CARS) [40], позволяющей очень быстро измерять рамановские спектры ( $\sim 100$  мкс). В отличие от классического метода Фурье-спектроскопии на основе интерферометра Майкельсона, где измеряемые оптические частоты преобразуются в более низкие пространственные частоты (frequency-to-space), в спектроскопии двойной частотной гребенки оптические частоты преобразуются в частоты радиодиапазона (frequency-to-time). При дальнейшем развитии, спектроскопия на основе двух гребенок может заменить традиционную Фурье спектроскопию во многих приложениях в связи с ее большей чувствительностью [39], быстрому отклику и стабильностью из-за отсутствия движущихся частей. Соответственно, создание и реализация методов компактной спектроскопии на основе двух МШГ гребенок очень актуальна в наши дни.

Активно исследуется направление изучающее применение микрорезонаторов в качестве внешнего резонатора для пассивной стабилизации лазерных диодов. В настоящее время компактные и недорогие диодные лазеры покрывают почти весь оптический спектр. Однако их естественная ширина линии и стабильность не достаточны для многих перспективных задач, в то время как дополнительные усилия по стабилизации значительно уменьшают их преимущества. Пассивная стабилизация полупроводниковых лазеров использует резонансную оптическую обратную связь с внешним оптическим элементом [41–47], например дифракционные, брэгговские или голографические решетки в конфигурации Литтроу или Литмана [48–52], резонаторы Фабри-Перо (ФП) [53–56] и их комбинации [57; 58]. Высокодобротные резонаторы ФП, успешно используемые для многих применений лазерной стабилизации, являются сравнительно громоздкими, в то время как высококачественные зеркальные покрытия специфичны для выбранной длины волны. Эти проблемы могут быть решены с помощью микрорезонаторов с МШГ, которые легко совместимы с коммерческими лазерными диодами. Имея субмиллиметровые размеры, они обладают сверхвысокой добротностью от УФ до дальнего ИК диапазона [59], что позволяет использовать их для стабилизации лазеров в широком спектральном диапазоне. Эффективная обратная связь реализуется за счет резонансного рэ-

леевского рассеяния на неоднородностях микрорезонатора [60; 61], при котором часть входящего излучения, находящегося в резонансе с частотой МШГ моды, отражается обратно в рабочую область лазера. Этот эффект обеспечивает быструю оптическую обратную связь и приводит к кардинальному сужению ширины линии лазера. Впервые продемонстрированный с шарами из плавленого кварца [62–64], позже этот метод использовался для сужения ширины линии и стабилизации частоты различных одночастотных лазеров [8], в том числе квантово–каскадного [65], волоконно–кольцевого [66] и с распределенной обратной связью [7; 67] с мгновенной шириной линии ниже нескольких сотен герц [68]. Параллельно, при стабилизации одночастотного диода с распределенной обратной связью, была продемонстрирована генерация ДКС [68]. Тем не менее, мощность одночастотных стабилизированных лазеров не высока ( $\sim 10$  мВт), поэтому перспективной задачей в данной области является создание узкополосных, компактных и мощных лазеров, стабилизированных микрорезонаторами.

Для повышения эффективности использования микрорезонаторов в различных устройствах активные исследования ведутся в направлении создания новых элементов связи. Для возбуждения МШГ в микрорезонаторах разработано несколько типов элементов связи, основанных на эффекте нарушенного полного внутреннего отражения. Самым распространенным способом связи является растянутое оптическое волокно [69]. Растянутое оптоволокно достаточно эффективно поддерживает одномодовый режим, отфильтровывая моды более высокого порядка. На текущий момент именно связь с растянутым волокном обеспечивает наибольшую эффективность, превышающую 99% [70; 71]. Элемент связи на основе растянутого волокна удобен и прост в изготовлении при наличии специального оборудования, но не обеспечивает достаточной жесткости конструкции и чувствителен к акустическим шумам. Другой элемент связи призма, остается одним из наиболее простых и надежных способов связи с резонаторами, хотя этот элемент связи не является самым эффективным [72; 73]. Максимальный уровень связи, который был достигнут с призмой 75% [74]. В последние годы ведутся активные усилия по созданию элемента связи на основе интегральных волноводов. В недавних работах [75–77] продемонстрирована связь кристаллических микрорезонаторов с интегральными чипами с эффективностью до 90%. Разработка новых элементов для высокоэффективной и устой-



чивой к внешним воздействиям связи, является перспективной и актуальной задачей.

Диссертация посвящена исследованию нелинейных высокодобротных кристаллических микрорезонаторов ( $\text{MgF}_2$ ,  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{BaF}_2$ ,  $\text{SrF}_2$ ,  $\text{LiNbO}_3$ ) с модами шепчущей галереи и разработке методов по применению микрорезонаторов в различных фотонных и радиофотонных задачах. В частности, продемонстрирован новый интегральный элемент связи с микрорезонаторами на основе волновода из нитрида кремния и кварца. Создан энергоэффективный широкополосный электрооптический модулятор на основе микрорезонатора из ниобата лития. Разработаны методы генерации двойной частотной гребенки на основе керровских диссипативных солитонов в оригинальных структурах из многих микрорезонаторов. Изучена динамика процесса получения односолитонного режима в микрорезонаторе с использованием фазовой и амплитудной модуляции лазерной накачки. Представлен анализ и демонстрация эффекта затягивания при использовании микрорезонатора в качестве внешнего резонатора, для стабилизации мощных лазерных многочастотных диодов. Продемонстрирована генерация керровских диссипативных солитонов при накачке микрорезонатора многочастотным диодом в режиме затягивания.

### **Цели и задачи работы**

Целью работы являлась разработка и исследование методов применения оптических микрорезонаторов с модами шепчущей галереи в различных областях фотоники и радиофотоники.

Поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработка и тестирование нового элемента связи с микрорезонаторами на основе интегрального волновода из  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$ .
2. Теоретическое описание и экспериментальная демонстрация электрооптического модулятора на основе микрорезонатора из ниобата лития.
3. Разработка и экспериментальная реализация методов генерации двойной оптической гребенки в оптических микрорезонаторах.
4. Разработка методики и экспериментальная демонстрация процесса получения односолитонного режима в микрорезонаторе с использованием фазовой и амплитудной модуляции лазерной накачки.

5. Теоретическое описание и экспериментальное исследование режимов затягивания частоты многочастотных лазерных диодов модой микрорезонатора. Генерация ДКС в микрорезонаторе в режиме затягивания.

### **Научная новизна**

1. Создана оригинальная методика и разработан новый элемент связи с микрорезонатором на основе интегрального волновода из  $\text{Si}_3\text{N}_4$  и  $\text{SiO}_2$ .
2. Создана теория электрооптического взаимодействия МШГ с радиочастотным полем и продемонстрирована модуляция на частотах 200 – 900 МГц с микрорезонатором из  $\text{LiNbO}_3$ .
3. Впервые разработаны методики по генерации двойной оптической гребенки в микрорезонаторах. Создана оригинальная структура из нескольких микрорезонаторов на одном цилиндре из кристаллического  $\text{MgF}_2$ . В данной структуре оптический спектр с частотой повторения зубцов 12.1 ГГц и шириной 4 ТГц конвертирован в радиочастотный диапазон шириной 300 МГц. Также представлена методика генерации двойной гребенки в одном микрорезонаторе на разных семействах мод и продемонстрировано конвертирование двойной гребенки с частотой повторения 12.4 ГГц и шириной 4 ТГц в оптическом диапазоне в 200 МГц в радиочастотном диапазоне.
4. Реализовано численное моделирование и экспериментальная проверка процесса получения односолитонного режима в микрорезонаторе с использованием ФМ и АМ накачки на межмодовой частоте микрорезонатора.
5. Разработана теория и проведен численный расчет затягивания частоты лазерных диодов МШГ модой. Продemonстрировано затягивание многочастотных лазерных диодов внешним высокочастотным микрорезонатором. Ширина линии при затягивании составила  $< 1$  кГц.
6. Впервые разработана методика по генерации солитонной оптической гребенки при накачке микрорезонатора многочастотным лазерным диодом.

### **Практическая ценность**

Достигнутые результаты диссертации охватывают несколько направлений исследований микрорезонаторов с модами шепчущей галереи. Все результаты работы имеют непосредственно практический характер, и в случае необходимо-

сти могут быть расширены для различных материалов и частотных диапазонов. Так, новый интегральный элемент связи на основе  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$  является перспективным элементом для компактной интеграции микрорезонаторов в оптоэлектронные схемы. Созданный макет электрооптического модулятора ( $V_\pi=0.5$  В) может быть применим для различных задач по передаче СВЧ сигналов в диапазоне 200 – 900 МГц по оптическим каналам связи. Продемонстрированные источники двойной гребенки на основе двух близких по диаметру микрорезонаторов (межмодовый интервал 12.1 ГГц) и одного резонатора с гребенками на разных семействах мод (межмодовый интервал 12.4 ГГц), позволили конвертировать 4 ТГц оптического спектра в 300 МГц и 200 МГц радиочастотной области с межгребеночным расстоянием 1.62 МГц и 655 кГц соответственно. Такие компактные источники могут быть использованы в целях спектроскопии с высоким разрешением, а также в высокоточных ЛИДАР приложениях. Стабилизированный микрорезонатором многочастотный лазерный диод на выходе имеет высокую мощность ( $\sim 50 - 100$  мВт) и узкую линию ( $\sim 1$  кГц). Подобные лазеры востребованы как в науке, так и в промышленности для различных приложений. Также генерация диссипативных керровских солитонов, используя компактные многочастотные лазерные диоды, потенциально является новой перспективной платформой для значительной миниатюризации оптических спектральных устройств высокого разрешения на базе микрорезонаторов.

### **Личный вклад автора**

Все изложенные в диссертации результаты получены либо лично автором, либо при непосредственном его участии.

### **Защищаемые положения**

1. При использовании разработанного интегрального элемента связи на основе волноводного чипа  $\text{Si}_3\text{N}_4\text{-SiO}_2\text{-Si}_3\text{N}_4$  эффективность связи с кристаллическими МШГ резонаторами составляет: для резонатора из  $\text{SrF}_2$  – 85% (максимальная добротность  $1.5 \times 10^8$ ), для резонатора из  $\text{BaF}_2$  – 95% (максимальная добротность  $8.7 \times 10^7$ ).
2. Рассчитанное в рамках разработанной теории и измеренное экспериментально полуволновое напряжение для ЭОМ модулятора на основе МШГ из  $\text{LiNbO}_3$  составляет  $V_\pi \leq 0.5$  В в диапазоне 200–900 МГц.
3. Использование двойной оптической гребенки обеспечивает преобразование оптического спектра шириной 4 ТГц с центральной длиной волны

1550 нм в радиочастотный шириной порядка 300 МГц с центральной частотой 1–5 ГГц.

4. Реализованы компактные источники двойной оптической гребенки на основе двух одинаковых микрорезонаторов выточенных на одном цилиндре с разницей межмодовых расстояний в 1.62 МГц и на одном микрорезонаторе с двумя разными семействами мод с разницей межмодовых расстояний 655 кГц.
5. Медленная перестройка частоты лазера накачки (250 МГц/с) в сочетании с фазовой или амплитудной модуляцией, на межмодовой частоте микрорезонатора, обеспечивает детерминированный переход из состояния оптической гребенки с хаотическим режимом в односолитонное состояние.
6. Эффект затягивания частоты излучения многочастотных лазерных диодов приводит к сужению ширины линии лазерной генерации до 1 кГц. Величина диапазона затягивания и ширина результирующей суженной линии излучения описываются полученными аналитическими формулами.
7. Впервые экспериментально показана генерация диссипативных керровских солитонов при накачке микрорезонатора многочастотным лазерным диодом в режиме затягивания.

### **Апробация работы**

Результаты диссертационной работы были представлены автором лично на международных и всероссийских конференциях и школах:

1. «2D и 3D-моделирование электрооптического эффекта в микрорезонаторах с модами шепчущей галереи», Н.Г. Павлов, Н.М. Кондратьев, Школа-Семинар «Физика и применение микроволн» имени А.П. Сухорукова, 1–6 июня, Красновидово 2015.
2. «2D and 3D Modeling of Electro-optic Effect in Whispering Gallery Mode Optical Microresonators», N.G. Pavlov, N.M. Kondratyev and M.L. Gorodetsky, PIERS–2015, 6–9 July, Prague 2015.
3. «Электрооптический модулятор на основе микрорезонатора с модами шепчущей галереи», Н.Г. Павлов, Н.М. Кондратьев, А.С. Городницкий, М.Л. Городецкий, Школа-Семинар «Физика и применение микроволн» имени А.П. Сухорукова, 5–10 июня, Красновидово 2016.

4. «Kerr Frequency Comb and Brillouin Lasing in BaF<sub>2</sub> Whispering Gallery Mode Resonator», G. Lihachev, N. Pavlov, S. Koptyaev, I. A. Bilenko, M. L. Gorodetsky, 17–th international conference Laser Optics, 27 June–1 July, St. Petersburg 2016.
5. «Радиочастотный высокоэффективный электрооптический модулятор на основе микрорезонатора из LiNbO<sub>3</sub>», Н.Г. Павлов, А.С. Городницкий, А.С. Волошин, Н.М. Кондратьев, М.Л. Городецкий, XX Юбилейная международная молодежная научная школа «Когерентная оптика и оптическая спектроскопия», 18–20 октября, Казань 2016.
6. «Генератор двойных высококогерентных оптических гребенок на основе МШГ микрорезонатора», Н.Г.Павлов, Г.В. Лихачев, М.Л.Городецкий, XX Юбилейная международная молодежная научная школа «Когерентная оптика и оптическая спектроскопия», 18–20 октября, Казань 2016
7. «Kerr soliton combs in crystalline microresonators with regular diode lasers», N.G. Pavlov, G. Lihachev, S.N. Koptyaev, A.S. Voloshin, A.D. Ostapchenko, M.L. Gorodetsky, Photonics West, 30 January–2 February, San-Francisco (USA) 2017.
8. «Soliton Dual Comb in Crystalline Microresonators», N.G. Pavlov, G. Likhachev, S. Koptyev, N.M. Kondratiev, V.E. Lobanov, A.D. Ostapchenko, A.S. Gorodnitskii, I.A. Bilenko, M.L. Gorodetsky, PIERS–2017, 22–25 May, St Petersburg 2017.
9. «Electro-optic Broadband Modulator Based on Lithium Niobate Microresonator», A. Voloshin, N.M. Kondratyev, N.G. Pavlov, A.D. Ostapchenko, A.S. Gorodnitskiy, I.A. Bilenko and M.L. Gorodetsky, PIERS–2017, 22–25 May, St Petersburg 2017.
10. «Генерация двойных оптических гребенок на основе микрорезонатора», Н.Г. Павлов, Г.В. Лихачев, С.Н. Коптяев, Н.М. Кондратьев и М.Л. Городецкий, Школа-Семинар «Физика и применение микроволн» имени А.П. Сухорукова, 4–9 июня, Красновидово 2017.
11. «Kerr soliton combs in crystalline microresonators pumped by regular multi-frequency diode lasers», N.G. Pavlov, G. Lihachev, S. Koptyaev, A.S. Voloshin, A.D. Ostapchenko, A.S. Gorodnitskiy, M.L. Gorodetsky, ICTON 2017, 2–6 July, Girona 2017.

12. «Multi-frequency diode lasers locking to optical microresonators and Kerr combs for IR and MIR spectral regions», N.G. Pavlov, A.S. Voloshin, G. Lihachev, A.S. Gorodnitskiy, C. Javerzac-Galy, T.J. Kippenberg, and M.L. Gorodetsky, IS-PALD 2017, 15–17 November, Paris 2017.

### **Публикации автора по теме диссертации**

Результаты работы опубликованы в научных журналах, индексируемых в базе данных Web of Science, а также в трудах конференций.

### **Научные журналы, входящие в базу данных Web of Science:**

1. N.G. Pavlov, N.M. Kondratyev, and M.L. Gorodetsky, «Modeling the whispering gallery microresonator based optical modulator», Applied Optics, Vol. 54, Issue 35, pp. 10460–10466, 2015.
2. V.E. Lobanov, G.V. Likhachev, N.G. Pavlov, A.V. Cherenkov, T.J. Kippenberg, and M.L. Gorodetsky, «Harmonization of chaos into a soliton in Kerr frequency combs», Optics Express, Vol.24, Issue 24, pp. 27382–27394, 2016.
3. N.G. Pavlov, G. Lihachev, S. Koptyev, E. Lucas, M. Karpov, N.M. Kondratiev, I.A. Bilenko, T.J. Kippenberg, and M.L. Gorodetsky, «Soliton dual frequency combs in crystalline microresonators», Optics Letters, Vol.42, Issue 3, pp. 514–517, 2017.
4. N.M. Kondratiev, V.E. Lobanov, A.V. Cherenkov, A.S. Voloshin, N.G. Pavlov, S. Koptyev, M.L. Gorodetsky, «Self-injection locking of a laser diode to a high-Q WGM microresonator», Optics Express, Vol. 25, Issue 23, pp. 28167-28178, 2017.

### **Тезисы докладов в сборниках трудов конференций:**

1. N.G. Pavlov, G.V. Lihachev, A.S. Voloshin, S. Koptyaev, N.M. Kondratiev, V.E. Lobanov, A.S. Gorodnitskii and M.L. Gorodetsky, «Narrow linewidth diode laser self-injection locked to a high-Q microresonator», AIP Conference Proceedings, vol.1936, №1, 020005, 2018, сборник трудов на сайте <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.5025443>.
2. N.G. Pavlov, G. Lihachev, S. Koptyaev, A.S. Voloshin, A.D. Ostapchenko and M.L. Gorodetsky, «Kerr soliton combs with regular multifrequency diode lasers», 2017 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe (CLEO/Europe), pp.CD\_11\_5, 2017, сборник трудов на сайте <http://ieeexplore.ieee.org/document/8086469>.

3. N.G. Pavlov, G. Lihachev, S. Koptyaev, A.S. Voloshin, A.D. Ostapchenko, A.S. Gorodnitskiy and M.L. Gorodetsky, «Kerr soliton combs in crystalline microresonators pumped by regular multifrequency diode lasers», 2017 19th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), 1-3, 2017, сборник трудов на сайте <http://ieeexplore.ieee.org/document/8025139/>.
4. G. Lihachev, N.G. Pavlov, S. Koptyaev, I.A. Bilenko and M.L. Gorodetsky, «Kerr frequency comb and brillouin lasing in BaF<sub>2</sub> whispering gallery mode resonator», 2016 International Conference Laser Optics (LO), pp.PD-4, 2016, сборник трудов на сайте <http://ieeexplore.ieee.org/document/7550032>.
5. N.G. Pavlov, N.M. Kondratyev and M.L. Gorodetsky, «2D and 3D Modeling of Electro-optic Effect in Whispering Gallery Mode Optical Microresonators», Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS), 2015, сборник трудов на сайте <http://www.piers.org>.

### **Объем и структура работы**

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и одного приложения. В первой главе описана технология изготовления оптических микрорезонаторов на прецизионном станке алмазного точения. Во второй главе проведен краткий обзор механизмов, вносящих вклад в добротность микрорезонаторов, а также описание основных элементов связи с микрорезонаторами, приведены результаты исследований нового интегрального элемента связи на основе волновода из нитрида кремния (Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>) и кварца (SiO<sub>2</sub>). Третья глава посвящена теории и эксперименту по созданию электрооптического модулятора на основе микрорезонатора из ниобата лития. В четвертой главе представлен эксперимент по генерации двойной гребенки в микрорезонаторах с близкими межмодовыми интервалами, а также описан численный расчет и эксперимент по переходу в односолитонный режим при использовании АМ и ФМ накачки на межмодовой частоте микрорезонатора. Последняя, пятая глава описывает эксперимент и теорию по стабилизации многочастотных лазерных диодов модой микрорезонатора, приведен эксперимент по генерации ДКС в микрорезонаторе при накачке многочастотным лазерным диодом. Полный объем диссертации составляет 129 страниц с 58 рисунками и 4 таблицами. Список литературы содержит 141 наименование.

## Глава 1. Изготовление оптических микрорезонаторов

Современные кристаллические микрорезонаторы с МШГ изготавливаются из различных диэлектрических материалов, таких как кварц ( $\text{SiO}_2$ ), щелочноземельные фториды ( $\text{CaF}_2$ ,  $\text{MgF}_2$ ,  $\text{BaF}_2$ ,  $\text{SrF}_2$ ), электрооптические кристаллы ( $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiTaO}_3$ ,  $\text{BaB}_2\text{O}_4$ ) и т.д. Они обладают сверхвысокой добротностью от УФ [78] до дальнего ИК диапазона [79]. В данном разделе описана технология создания микрорезонаторов из различных материалов ( $\text{MgF}_2$ ,  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{BaF}_2$ ,  $\text{SrF}_2$ ,  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiTaO}_3$ ). Выбор материала определяется характеристиками, требуемыми для конкретного эксперимента. Для электрооптических взаимодействий удобны такие материалы, как ниобат лития ( $\text{LiNbO}_3$ ) и танталат лития ( $\text{LiTaO}_3$ ), в связи с тем, что обладают существенной квадратичной нелинейностью. Для генерации ДКС используется фторид магния ( $\text{MgF}_2$ ), т.к. в среднем ИК имеет относительно небольшие потери и аномальную дисперсию групповой скорости [3]. Фторид бария ( $\text{BaF}_2$ ) и фторид стронция ( $\text{SrF}_2$ ) используется в дальнем ИК диапазоне т.к. имеют минимальные внутренние потери в этом диапазоне [59]. Максимальная добротность в ИК диапазоне получена в фториде кальция ( $\text{CaF}_2$ )  $3 \times 10^{11}$  [80].

### 1.1 Техника алмазного точения

Для изготовления микрорезонаторов МШГ используются кристаллические пластины из  $\text{MgF}_2$ ,  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{BaF}_2$ ,  $\text{SrF}_2$ ,  $\text{LiNbO}_3$  и  $\text{LiTaO}_3$ . Микрорезонаторы из кристаллических материалов не могут быть изготовлены путем нагрева и обжига пламенем или мощным  $\text{CO}_2$  лазером. Также пока не разработаны литографические способы их изготовления с необходимым качеством поверхности. Поэтому используется механическая обработка заготовок кристаллов в два этапа: точение алмазным резцом на прецизионном станке и последующая полировка алмазными пленками и суспензиями.

Техника алмазного точения одной точкой (SPDT, single point diamond turning) давно используется в большом количестве приложений, но строгой тео-



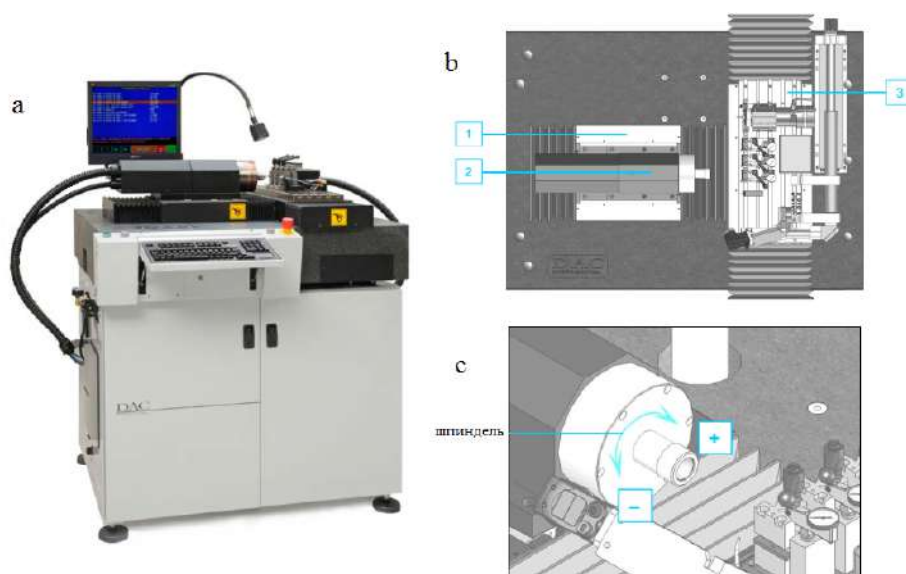


Рисунок 1.1 — Прецизионный станок алмазного точения DAC ALM Lathe. (a) 3D вид станка; (b) расположение движущихся осей (1) X-ось, (2) шпиндель, (3) Y-ось ; (c) вращение шпинделя.

рии для оптимального процесса точения нет [81;82]. В процессе работы экспериментально разработана методика точения и найдены оптимальные параметры для процесса точения. Для алмазного точения использовался прецизионный станок с ЧПУ DAC ALM Lathe (рис.1.1). Станок имеет прецизионный шпиндель на воздушных подшипниках и две подвижные оси X,Y также на воздушных подшипниках. Точность подачи X,Y специфицирована в  $< 20$  нм. Станок управляется с помощью программ, написанных на специально разработанном языке DSL. Станок оборудован высокоточным датчиком расстояния (LVDT), который измеряет расстояние по оси Y до момента касания заготовки. Также в комплекте к станку идет датчик высоты (профилометр), который измеряет изменение высоты с точностью до 0.1 мкм. При двустороннем точении используется датчик, наносящий тонкие угловые отметки, позволяющие калибровать начало отсчета по оси C (угловое вращение шпинделя). Станок оборудован осциллирующим резцом, который синхронизируется с вращением шпинделя, и позволяет изготавливать асферические поверхности, а также выступы на фронтальной поверхности заготовки.

Для точения использовались поликристаллические алмазные резцы 3 типов (рис.1.2): 1) с радиусом кривизны 500 мкм; 2) с радиусом кривизны 100 мкм; 3) прямоугольный резец с рабочей стороной 100 мкм. Резцы располагались в держателе перпендикулярно оси вращения шпинделя со вставленным резонатором.

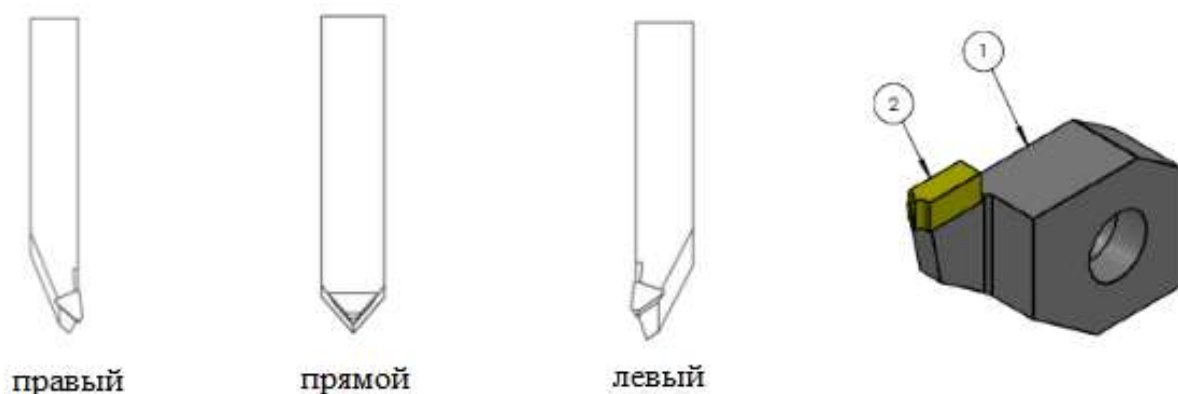


Рисунок 1.2 — Чертежи различных видов резцов используемых для точения микрорезонаторов.

Для прецизионного точения с высокой точностью необходимо правильно откалибровать резцы. Калибровка резцов проводилась по следующей методике:

1. В цангу вставляется заготовка (пластиковый цилиндр) диаметром 12.7 мм. Шпиндель подводится к калибруемому резцу. Выставляется на глаз отступ по оси  $Y$  до момента появления стружки (касания алмазного резца).

2. Запускается программа, которая датчиком измеряет расстояние между фронтальной рабочей поверхностью до и после снятия слоя заданной толщины (например, 50 мкм). Точно зная это расстояние, окончательно калибруется зазор между датчиком расстояния LVDT и рабочей точкой резца.

3. Запускается программа, наносящая штрих глубиной 1 мкм от края заготовки до ее центра (без вращения шпинделя). В оптическом микроскопе (увеличение 40x) измеряется расстояние от центра заготовки до штриха (рис.1.3). Для правильной калибровки рабочая кромка резца изначально должна быть немного ниже центра. Используя датчик высоты, подстраивается высота калибруемого резца. Процедура повторяется до тех пор, пока штрих не будет проходить строго через центр заготовки.

4. Проводится автоматическая калибровка расстояния по оси  $X$  от рабочей точки алмазного резца до центра заготовки путем вытачивания трех концентрических окружностей: две при вращении шпинделя по часовой стрелке с одной стороны от центра, третья при вращении шпинделя в обратную сторону с другой стороны от центра. Далее измеряется получившееся расстояние между этими окружностями (с помощью датчика LVDT) и корректируется величина отступа между рабочей точкой резца и центром заготовки по оси  $X$ .

5. В конце проводится калибровка расстояния по оси  $X$  до рабочей точки резца при точении цилиндра. Важно отметить, что точение фронтальной по-

верхности заготовки (перпендикулярно оси вращения шпинделя) и точение боковой поверхности цилиндра (параллельно оси вращения) осуществляется разными точками. Калибровка проводится путем вытачивания цилиндра заданного диаметра с последующим измерением получившегося диаметра с помощью микрометра. При необходимости расстояние по оси X корректируется, и калибровка повторяется. Стоит подчеркнуть, что эта калибровка наименее точная из всех, т.к. погрешность микрометра при измерении диаметра цилиндра из мягкого пластика может составлять 3 – 5 мкм.

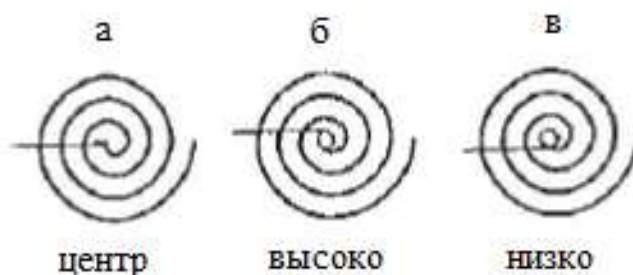


Рисунок 1.3 — Результат калибровки высоты резца (а: правильная калибровка, б: резец высоко, в: резец низко).

Калибровка резцов осуществляется после каждой смены алмаза или при значительных дефектах обрабатываемых поверхностей. Перед точением на станке из большой пластины материала вырезаются заготовки прямоугольной формы нужного размера. Для этого используется пила с алмазным диском, охлаждение производится водой. Далее кристаллические заготовки наклеиваются на держатель (пьедестал) из латуни диаметром 12.7 мм, который соответствует диаметру цанги на шпинделе станка. В работе использовались оптические клеи от производителя Norland Products (марки NOA 60, 61, 63, 65, 68), которые отвердевают при облучении УФ лампой. Клеи отличаются вязкостью в жидком виде, модулем упругости и твердостью в затвердевшем виде, оптическим показателем преломления и областью прозрачности. Все они не являются электропроводящими. Наилучший результат был достигнут с марками NOA 61, 63. Время облучения УФ лампой на длине 365 нм и мощностью 27 Вт/см<sup>2</sup> составляло 60 сек. Также использовались эпоксидная смола и этилцианакрилат, которые также давали хороший результат, но не позволяли долго центровать кристаллическую заготовку. Минимальный диаметр микрорезонатора, при котором не происходило отклеивание при точении, составил 100 мкм. УФ клеи удобны для фиксации микрорезонаторов в крепежной сборке, т.к. позволяют юстироваться необходимое время и при отвердевании под УФ лампой

не меняют свои размеры. После точения микрорезонаторы переклеивались на пьедестал меньшего диаметра или в крепежную сборку негабаритного макета. Все клея размягчались и позволяли отклеить микрорезонатор при нагреве до 300 – 400 °С.

Для центровки кристаллической заготовки в пластиковом пьедестале вырезалось отверстие глубиной 0.5 мм и диаметром, позволяющим разместить в нем заготовку. В отверстие заливался клей, помещалась заготовка и облучалась УФ лампой. Проверка центровки и перпендикулярности плоскости кристалла и оси вращения шпинделя проводилась визуально с помощью микроскопической трубы, подвешенной над шпинделем станка. Перед запуском станка алмазного точения необходимо проверить:

1. давление в линии сжатого воздуха (70-80 psi);
2. корректность работы осушителя воздуха для линии сжатого воздуха;
3. наличие охлаждающей жидкости в бачке;
4. отсутствие предметов, мешающих движению шпинделя и линейных подач X,Y;
5. работоспособность системы удаления стружки и охлаждающей жидкости;

Были написаны программы на языке DAC DSL для вытачивания из цилиндрических кристаллических заготовок микрорезонаторов МШГ со следующими профилями боковой поверхности: угловая, сферическая, прямоугольный выступ (рис. 1.4). Пример кода программы для точения микрорезонатора со сферической боковой поверхностью приведен в разделе приложение, результат ее работы представлен на рис. 1.4. Параметры геометрии микрорезонатора настраиваются в широком диапазоне, ограниченном в основном геометрией самого алмазного резца.

Алгоритм работы программы следующий:

1. Задаются начальные параметры (см. рис.1.5);
  - а) диаметр заготовки (blank diameter);
  - б) конечный внешний диаметр микрорезонатора (diameter);
  - в) отступ от фронтальной (левой по рис.1.5) поверхности (front margin), чтобы избежать возможных сколов у края;
  - г) хорда (chord), на которой располагается боковой выступ с радиусом кривизны (curvature radius);

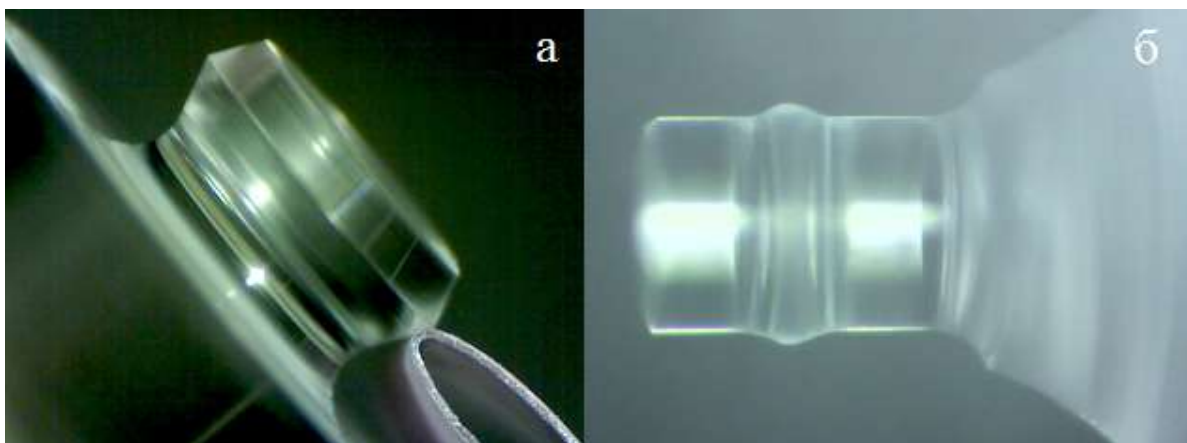


Рисунок 1.4 — Выточенные микрорезонаторы: а: треугольный выступ, б: сферический выступ.

д) высота (толщина) микрорезонатора ММШГ (blank thickness);  
 е) обороты шпинделя (rpm);  
 ж) скорость движения резца при точении цилиндра (cylinder fr) и финального прохода с кривизной боковой поверхности (fr);

з) глубина захода резки при точении цилиндра (cylinder step) и финального прохода с кривизной боковой поверхности (step amount to remove);

2. Грубым резцом стачивается цилиндр до нужного диаметра (направление движение резца параллельно оси вращения шпинделя) путем стачивания слоев высотой cylinder step со скоростью cylinder fr;

3. Финальным чистовым резцом (с радиусом кривизны алмаза, выдержанным с точностью 25 нм) последовательно стачиваются слои высотой step amount to remove с выступом сферической формы, передним отступом (front margin) и кривизной (curvature radius). Используется скорость движения резца fr.

Основными параметрами, влияющими на качество изготавливаемых микрорезонаторов МШГ, являются скорость вращения шпинделя (rpm), линейная скорость точения (угловая скорость шпинделя  $\times$  радиус резонатора), скорость движения резца (feed\_rate) и глубина захода (depth\_of\_cut). Опытным путем были определены следующие оптимальные параметры для точения кристаллов:

- а) rpm= 800 – 1500;
- б) feed\_rate= 2 – 3 мкм/оборот для предварительной обработки и  $< 1 - 2$  мкм/оборот для финального прохода;
- в) depth\_of\_cut= 2 – 5 мкм для грубой обработки и 0.05 – 0.1 мкм для финального прохода.

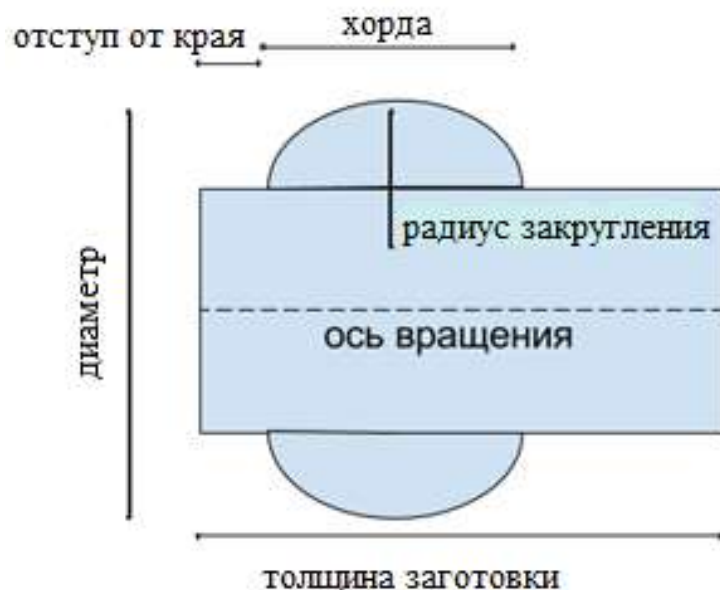


Рисунок 1.5 — Рисунок микрорезонатора МШГ с параметрами для программы DAC DSL алмазного точения.

Важнейшим фактором является охлаждение во время точения. Для этого на резец и резонатор распыляется охлаждающая жидкость, которая сразу же отсасывается в воздухозаборник вместе со срезанными стружками. В качестве охлаждения использовался изопропиловый спирт и Eххsol D100 – деароматизированная углеводородная жидкость. Жидкость не должна попадать внутрь шпинделя или линейных подач X,Y, а также должна быстро улетучиваться и не оставлять следов на кристалле. Без использования жидкости точение возможно, но с минимальной глубиной и скоростью подачи, при этом алмаз изнашивается значительно быстрее, а качество выточенного резонатора получается значительно хуже.

После точения проводилась очистка микрорезонатора от кристаллической стружки с помощью полимерных салфеток, смоченных в метаноле. Непосредственно после обработки резцом добротность не превышала  $10^5$ - $10^6$ . Дальнейшее увеличение добротности достигается последовательной ручной полировкой с помощью алмазных шкурочек и алмазных суспензий с уменьшающимся размером зерна (2.5–1–0.5–0.25–0.1–0.03 мкм) по 10–15 мин каждой. Использовались алмазные суспензии Microdiamant OPW–20, вязкость 325 сР, рН =8.0, концентрация алмазных зерен 15 карат/литр. Суспензии наносились на тканый текстиль AlliedHighTech. Преимуществом использования суспензий, нанесенных на мягкую текстильную подложку является возможность более плотного контакта с тороидальной поверхностью по сравнению с алмазными шкурочками на поли-

мерной пленке. Важнейшим элементом процедуры является очистка резонатора после полировки каждой шкуркой. Очистка проводилась теми же средствами, что и первичная очистка после точения, и длилась по 5–10 мин. При длительном нахождении микрорезонатора ММШГ в пыльном месте, может потребоваться повторная очистка для достижения максимальной добротности. На рисунке 1.6 приведены фотографии поверхностей микрорезонатора ММШГ сразу после точения изношенным резцом, фрагмент со сколом и после полировки алмазными суспензиями. Видно значительное улучшение качества поверхности. При увели-

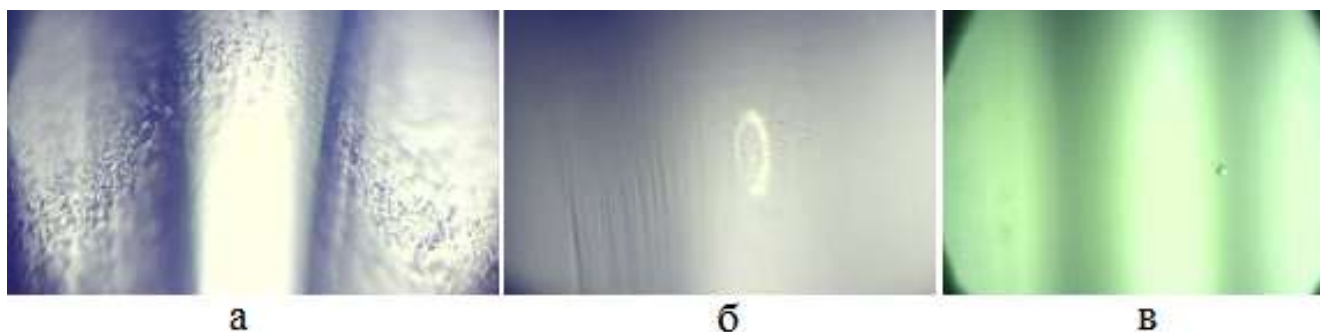


Рисунок 1.6 — Фрагмент поверхности резонатора с радиусом кривизны боковой поверхности 50 мкм (ширина выступа около 70 мкм). а: сразу после точения изношенным резцом; б: фрагмент со сколом размером 20 на 50 мкм; в: после полировки алмазными суспензиями.

чении глубины резки ( $depth\_of\_cut$ ) до 6 мкм и более возможен хрупкий режим точения со сколами кристалла и повышенным износом резца. После очистки микрорезонатора проводится проверка качества получившейся поверхности в микроскоп для обнаружения возможных шероховатостей. Так как обычный оптический микроскоп имеет дифракционный предел, дефекты малого размера в нем не видны, и на большом увеличении глубина резкости минимальна, видна очень малая область тороидальной боковой поверхности (не более 10-20 мкм), то контроль качества осуществлялся последовательным измерением добротности мод после полировки новыми алмазными шкурками. Таким методом в резонаторах из ниобата и танталата лития была достигнута добротность  $10^8$  (что практически сопоставимо с внутренними потерями в материалах), на фторидах кальция, магния и бария максимальная добротность составила  $10^{10}$ .

Изготовление крепежной сборки под заданный размер микрорезонатора производится в механической мастерской с помощью токарного и гравировального станков. Размер держателей под элементную базу определяется из размеров микрорезонатора ММШГ, элемента связи (призмы). Ниже на рис. 1.7 представлена 3D модель сборки микрорезонатора с пьедесталом (пластик или

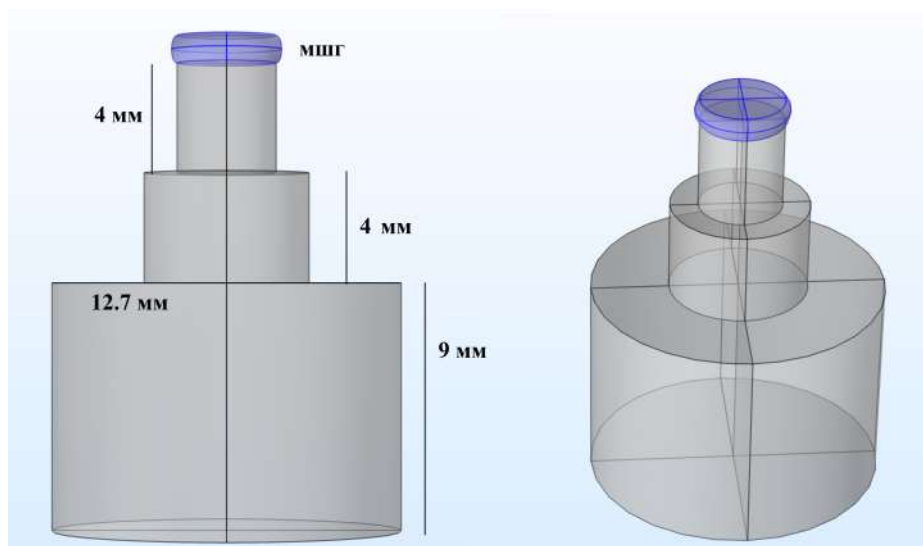


Рисунок 1.7 — Внешний вид микрорезонатора ММШГ и пьедестала: а–сечение XZ, б–3D вид.

латунь). Типичные размеры пьедестала 12.7 мм × 17 мм связаны с размером отверстия шпинделя. Диаметр пьедестала под резонатором равен диаметру резонатора ( $D = D_{res}$ ) для удобства связи с призмой.

Чертеж разрабатываемых микрорезонаторов представлен на рис. 1.8. Их параметры были рассчитаны методом конечных элементов в среде Comsol Multiphysics. Основные характеристики микрорезонатора это диаметр, толщина и радиус закругления боковой поверхности цилиндра. Размеры варьируются в следующих пределах: диаметр от 300 мкм – 6 мм (в зависимости от необходимого межмодового расстояния ( $OSD=c/(2\pi Rn)$ ), толщина 0.5–4мм (в зависимости от толщины изначальной заготовки и числа выступов на одном цилиндре) и радиус закругления от 30 мкм до  $R/2$  (где  $R$ –радиус резонатора). При большом радиусе закругления в микрорезонаторе возбуждается много семейств нефундаментальных мод, которые в некоторых приложениях могут дать отрицательный эффект за счет своего пересечения.

Изготавливались как одиночные резонаторы, так и системы, содержащие несколько микрорезонаторов (см. рис. 1.8(в)). В таких многорезонаторных системах возможна одновременная генерация нескольких солитонных частотных гребенок с близкими частотами повторения, что крайне важно для спектроскопии с использованием нескольких частотных гребенок. Фото различных микрорезонаторов представлено на рис.1.9. Слева изображена структура из 5 резонаторов на одном цилиндре, используемых для демонстрации двухгребеночной



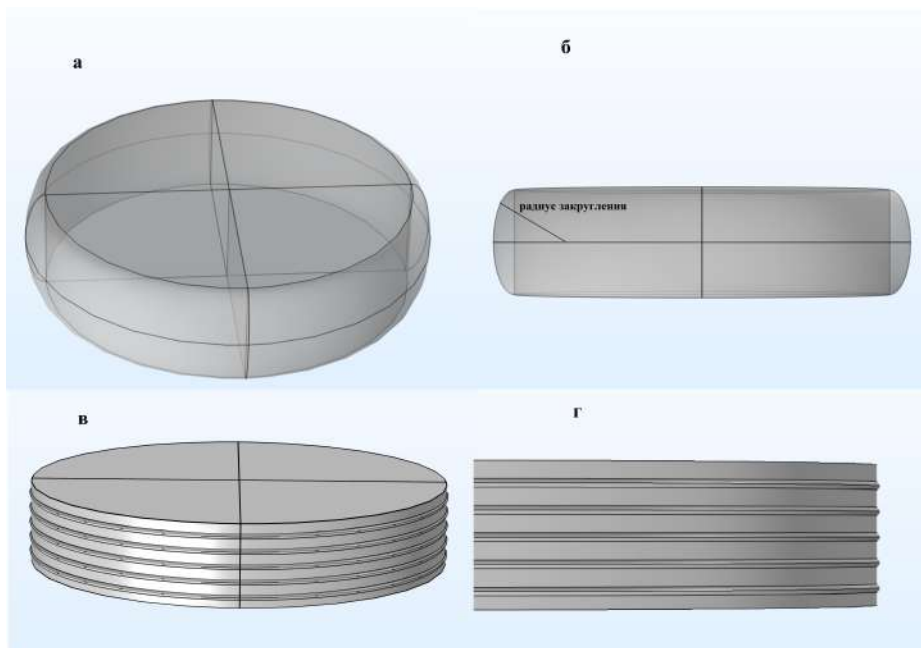


Рисунок 1.8 — Внешний вид микрорезонаторов: а–б: один выступ на цилиндре, а–3D вид, б–сечение XZ; в–г 5 выступов на цилиндре, в–3D вид, г –сечение XZ.

спектроскопии [5], а справа изображен маленький микрорезонатор диаметром 300 мкм.

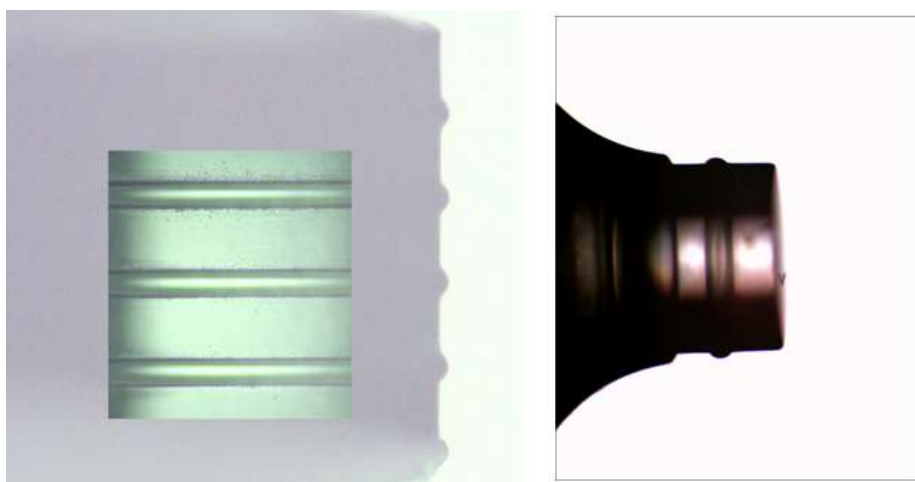


Рисунок 1.9 — Слева: 5 микрорезонаторов ММШГ на одном цилиндре ( $\text{MgF}_2$ ) диаметром 5.6 мм и радиусом кривизны боковой поверхности 35 мкм, выточенный с помощью программы DAC DSL ; справа: микрорезонатор ( $\text{MgF}_2$ ) диаметром 300 мкм и радиусом кривизны боковой поверхности 30 мкм, выточенный с помощью программы DAC DSL.

Таким образом, была создана методика изготовления оптических микрорезонаторов с модами шепчущей галереи из различных кристаллических материалов ( $\text{MgF}_2$ ,  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{BaF}_2$ ,  $\text{SrF}_2$ ,  $\text{LiTaO}_3$  и  $\text{LiNbO}_3$ ). Найдены параметры (скорость вращения шпинделя, скорость движения резца) для точения на станке алмазного точения для каждого материала. На данный момент максимальная добротность, полученная после непосредственной обработки резцом составляет

10<sup>6</sup>. Пути совершенствования методики изготовления заключаются в изучении механизмов точения, приводящих к увеличению конечной добротности. Сводные данные по подбору параметров точения представлены в таблице 1.1.

Таблица 1 — Параметры точения для различных материалов.

Материал	Скорость вращения шпинделя, обороты в мин	Скорость движения резца, мкм/оборот	Глубина захода резки, мкм
MgF <sub>2</sub>	1000–1500	0.25–1	0.5–1
BaF <sub>2</sub>	1000–2500	1–2.5	0.5–2
SrF <sub>2</sub>	1000–2500	1–1.5	0.5–1.5
CaF <sub>2</sub>	1000–2000	1–2	1
LiNbO <sub>3</sub>	900	1–2.5	1–4
LiTaO <sub>3</sub>	900	1–2.5	1–4

## 1.2 Выводы к главе 1

В данном разделе впервые представлена разработанная методика по изготовлению кристаллических микрорезонаторов на станке алмазного точения. Описана методика полировки микрорезонаторов после точения, и указаны основные факторы влияющие на конечную добротность. Обсуждается методика калибровки положения резцов для более точного изготовления заданной формы микрорезонатора. Экспериментально подобраны оптимальные режимы и параметры точения (скорость вращения шпинделя, скорость движения резца и глубина захода резца) для различных материалов, таких как MgF<sub>2</sub>, CaF<sub>2</sub>, BaF<sub>2</sub>, SrF<sub>2</sub>, LiTaO<sub>3</sub> и LiNbO<sub>3</sub>.

## Глава 2. Добротность МШГ и элементы связи

В главе представлено описание основных механизмов, вносящих вклад в добротность микрорезонаторов из кристаллических материалов. Представлены основные элементы связи, использующиеся для ввода лазерного излучения в микрорезонатор. Также описана методика создания нового элемента связи на основе интегрального волновода из нитрида кремния и кварца. Представлен эксперимент по измерению характеристик элемента связи с широким набором кристаллических микрорезонаторов.

### 2.1 Механизмы определяющие добротность

Добротность оптических микрорезонаторов определяется несколькими каналами потери энергии, а поскольку потери складываются, полная добротность описывается следующим соотношением [83]:

$$\frac{1}{Q_{\text{полная}}} = \frac{1}{Q_{\text{изл}}} + \frac{1}{Q_{\text{вн}}} + \frac{1}{Q_{\text{пов}}} + \frac{1}{Q_{\text{окр}}} + \frac{1}{Q_{\text{св}}}, \quad (2.1)$$

В стационарном режиме мощность потерь просто равна мощности, поступающей в резонатор.

$Q_{\text{изл}}$  описывает излучательные потери, обусловленные внутренним отражением от поверхности с кривизной.

$Q_{\text{вн}}$  описывает затухание поля внутри резонатора (рассеяние, поглощение).

$Q_{\text{пов}}$  описывает потери на поверхности резонатора.

$Q_{\text{окр}}$  описывает потери в окружающей среде, вызванные наличием спадающего поля в неволновой зоне.

$Q_{\text{св}}$  описывает уход энергии в элемент связи.

Принципиальное ограничение на добротность микрорезонаторов оказывает срыв электромагнитного поля с выпуклой внешней поверхности (радиационная добротность). Для излучательных потерь спадание поля описывается  $E = E_0 e^{(-r/\lambda)}$ , где  $r$  – радиус резонатора. Поэтому для реальных микрорезонато-

ров на основе мод шепчущей галереи диаметром больше примерно десяти микрометров, излучательные потери пренебрежимо малы по сравнению с другими видами потерь. Если же для каких-то приложений ставится задача минимизации размеров резонатора, этот вид потерь тоже надо принимать во внимание.

### Потери в материале

Оптические потери в материале оптических резонаторов обусловлены двумя основными механизмами затухания света: рассеянием и поглощением. Затухание света в среде принято характеризовать величиной  $\alpha$ , имеющей смысл относительных потерь мощности на единицу длины:

$$P = P_0 e^{-\alpha z}. \quad (2.2)$$

Коэффициент затухания связан с мнимой частью показателя преломления  $n = n_1 + in_2$  и  $\alpha = 2n_2 k_0$

$$P(z) \approx |E_0 e^{ink_0 z}|^2 = |E_0|^2 e^{-2n_2 k_0 z}. \quad (2.3)$$

Формальная связь между постоянной затухания и добротностью определяется выражением [84]

$$Q = \frac{2\pi n}{\alpha \lambda}. \quad (2.4)$$

### Поглощение

Поглощение в большинстве сред обусловлено, главным образом, наличием примесей и дефектов в атомной структуре. Большие усилия по тщательной очистке и подбору материалов, предпринятые в связи с потребностями оптической телекоммуникации и электроники, позволили в ряде случаев значительно уменьшить примесные потери и выйти на уровень, определяемый фундаментальными механизмами. Поглощение света происходит при взаимодействии фотонов с электронами и колебательными состояниями вещества. Для чистых материалов в оптическом диапазоне фундаментальное поглощение обусловлено в длинноволновой области крылом колебательного спектра решетки за счет крыла многофононного поглощения оптических фотонов различными обертонами и комбинационными частотами основных колебаний решетки, связанных из-за ангармонизма. В коротковолновой области поглощение определяется ультрафи-

олетовым краем электронного поглощения (крыло Урбаха). Оба вида потерь хорошо описываются следующим выражением [85]:

$$\alpha_{\text{пог}} \approx A_{\text{ИК}} \exp\left(-\frac{\alpha_{\text{ИК}}}{\lambda}\right) + A_{\text{УФ}} \exp\left(-\frac{\alpha_{\text{УФ}}}{\lambda}\right). \quad (2.5)$$

### Потери рассеяния

Основной вклад в потери рассеяния вносят рамановское (комбинационное) рассеяние света, рассеяние Мандельштама-Бриллюэна, появляющееся в результате взаимодействия излучения с собственными колебаниями среды, и рэлеевское упругое рассеяние на термодинамических флуктуациях плотности [86]. Рассеяние в стеклах происходит на “замороженных” флуктуациях плотности, соответствующих температуре отвердевания, а не реальной температуре, как в случае кристаллических сред. Кроме того, в многокомпонентных стеклах рассеяние происходит на флуктуациях концентрации компонентов [87]. Все эти потери характеризуются зависимостью вида

$$\alpha_{\text{мин}} \approx \frac{B}{\lambda^4}. \quad (2.6)$$

Из-за малых размеров резонаторов и строгих правил отбора неупругое рассеяние Мандельштама-Бриллюэна в микрорезонаторах, как правило, не приводит к появлению заметных дополнительных потерь. Оно вырождается во взаимодействие с отдельными акустическими модами тела, сопровождающееся интересными пондеромоторными эффектами, привлекающими в последнее время все больший интерес в связи с исследованиями оптомеханических явлений [4]. В средах и в микрорезонаторах возможно также неупругое рассеяние на гораздо более высокочастотных колебаниях атомов и молекул — комбинационное или рамановское рассеяние, сопровождающееся переносом частоты вниз с появлением стоксовых линий или вверх — антистоксово рассеяние. Потери из-за спонтанного рамановского рассеяния составляют лишь несколько процентов от потерь, вызванных другими процессами, анализ которых проводится на основе термодинамической теории флуктуаций [88].

### Минимум потерь в материале

Основными видами потерь в чистых материалах, как указано выше, являются инфракрасное крыло мультифононного поглощения и рэлеевское рассеяние, которые хорошо описываются общей формулой:

$$\alpha_{\text{пог}} \approx A \exp\left(\frac{-\alpha}{\lambda}\right) + \frac{B}{\lambda^4}. \quad (2.7)$$

Дифференцируя это выражение можно найти минимум кривой потерь и длину волны, на которой этот минимум достигается:  $\lambda_{\text{мин}}^3 e^{-\frac{\alpha}{\lambda_{\text{мин}}}} = \frac{4B}{A}$ . И таким образом максимальная добротность описывается выражением

$$Q_{\text{макс}} = \frac{2\pi n \lambda^3 (\alpha + \lambda_{\text{мин}}^3)}{B(\alpha + 4\lambda_{\text{мин}})}. \quad (2.8)$$

Рассчитанные максимальные добротности для большинства сред на много порядков превышают те, что можно получить при сегодняшнем уровне развития технологии по очистке материалов. Лишь для плавленого кварца достигнут в настоящее время уровень потерь как в оптических волокнах, так и в микрорезонаторах, соответствующий теоретическим предсказаниям. В микрорезонаторах из плавленого кварца продемонстрирована добротность  $Q = 8 \times 10^9$  [89], близкая к теоретической на длине волны 0.63 мкм. Для больших длин волн предсказанные большие значения добротности в кварцевых оптических микрорезонаторах пока не получены. Значительно большие добротности были продемонстрированы в кристаллических дисковых микрорезонаторах из флюорита ( $\text{CaF}_2$ )  $Q = 3 \times 10^{11}$  [80], но и здесь еще резервы улучшения добротности, по видимому, не исчерпаны.

Существенно, что на длине волны минимума, 90% потерь определяются рэлеевским рассеянием.

## 2.2 Элементы связи

Основной задачей широкомасштабного применения кристаллических оптических микрорезонаторов является их интеграция с оптическим элементом связи. Чтобы связаться с модой оптического микрорезонатора, должно выполняться условие синхронизма между волновым вектором излучения в элементе связи и волновым вектором оптической моды в микрорезонаторе. Обычно это условие выполняется с помощью элементов связи с эванесцентным полем. Причем, показатель преломления элемента связи должен быть близок к пока-

зателю преломления резонатора (для равенства тангенциальных составляющих полей). Был реализован широкий спектр устройств для согласования связи эванесцентных полей: призмы [90], срезанные под углом волокна [91], конические растянутые волокна [69], дифракционные решетки на поверхности волокна [92], и оптические интегральные волноводы. Так в работе [75] продемонстрирована связь 80% кристаллического микрорезонатора из  $\text{CaF}_2$  с добротностью  $Q \sim 10^8$  с полимерным волноводом. Интегральная связь с кварцевым тороидом получена в статье [77], добротность резонатора составила  $4 \times 10^6$  и эффективность 30%. Также была получена добротность  $\sim 10^8$  в  $\text{LiNbO}_3$  и  $\text{LiTaO}_3$  с кремниевым волноводом с эффективностью  $\sim 90\%$  [76]. Здесь представлен интегральный элемент связи на основе нитрида кремния ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) и кварца ( $\text{SiO}_2$ ) для связи с широким набором фторидных микрорезонаторов.

### 2.2.1 Теория связи с микрорезонаторами

Связь света с микрорезонатором описывается с использованием теории связанных мод, как передача мощности в моду резонатора с потерями связи  $\kappa_c$  [90; 93]. Потери связи  $\kappa_c$  обычно оцениваются из модели связи между двумя совместно распространяющимися модами в соседних волноводах. Внутренние потери  $\kappa_0$  высокодобротных микрорезонаторов требуют кратковременной передачи мощности для достижения критической связи (т.е.  $\kappa_c = \kappa_0$ ), при которой интенсивность мощности внутри резонатора максимальна. Таким образом, связанные моды как в резонаторе, так и в элементе связи по существу могут рассматриваться как независимые, а  $\kappa_c$  зависит от взаимного перекрытия мод и фазового синхронизма. Эта модель широко применяется, поскольку она обеспечивает качественную оценку для большинства случаев, когда рассматривается связь между двумя модами, пренебрегая связью с другими модами.

На практике есть одномодовые элементы связи (растянутое волокно, интегральный волновод) и многомодовые элементы (призма), которые возбуждают в микрорезонаторе несколько семейств мод. В результате соответствующее уравнение движения для резонансной амплитуды  $a_0$  частоты  $\omega_0$  в системе воз-

буждающего лазера  $\omega_L$  записывается следующим образом [93]:

$$\frac{d}{dt}a_0 = i\Delta_0 a_0 - \left( \frac{\kappa_0 + \kappa_c + \kappa_p}{2} \right) a_0 + \sqrt{\kappa_c} S_{\text{H}} + \frac{i}{2} \sum_{n \neq 0} \kappa_{0,n} a_n e^{i\Delta_n t}. \quad (2.9)$$

Здесь  $\Delta_0 = \omega_0 - \omega_L$  и  $\Delta_n = \omega_n - \omega_L$  – отстройка частоты лазера с амплитудой  $S_{\text{H}}$  от  $n$ -го резонанса с амплитудами  $a_0$  и  $a_n$ . Поле внутри микрорезонатора затухает из-за внутренних потерь  $\kappa_0$  и из-за внешних потерь связи  $\kappa_c$ . Излучение в свободное пространство и в моды более высокого порядка составляют паразитные потери  $\kappa_p$ . Паразитные потери ускоряют затухание поля внутри резонатора. Так же сумма в уравнении (2.9) показывает, что накачиваемая мода  $a_0$  может связываться с другими модами резонатора  $\kappa_{0,n}$ . Как правило, такая связь возникает из-за шероховатости поверхности. Этот термин имеет значение только в том случае, если связанные моды одновременно в резонансе. Связь накачиваемой моды с другими вызывает отклонения резонансных частот, которые локально искажают дисперсию резонатора. Идеальность связи  $I$  моды резонатора  $a_0$ , описывающая относительную силу паразитных потерь, определяется согласно [70]:

$$I = \frac{\kappa_c}{\kappa_c + \kappa_p} \quad (2.10)$$

В то время как рассеяние света в свободное пространство непосредственно представляет потерю мощности, мощность, связанная с модами более высокого порядка, не обязательно теряется. Однако в большинстве случаев элементы связи устроены так, что моды более высокого порядка отфильтровываются. В резонансе  $\Delta_0 = 0$  пропускание  $T$  и внутри резонаторная мощность  $P_{\text{res}}$  запишутся как функция идеальности связи  $I$  и параметра  $K = \kappa_0/\kappa_c$ .

$$T = \left( 1 - \frac{2}{K^{-1} + I^{-1}} \right)^2 = \left( \frac{\kappa_0 + \kappa_p - \kappa_c}{\kappa_0 + \kappa_p + \kappa_c} \right)^2 \quad (2.11)$$

$$P_{\text{рез}} = \frac{D_1}{2\pi} \frac{4}{\kappa_c (K^{-1} + I^{-1})^2} P_{\text{H}} \quad (2.12)$$

Здесь  $D_1/2\pi$  межмодовое расстояние или область свободной дисперсии резонатора (ОСД). Полагая что  $P_{\text{H}} = S_{\text{H}}^2 = 1$  и ОСД резонатора константа, рис. 2.1 иллюстрирует зависимость пропускания  $T$  и внутриврезонаторной мощности в



зависимости от ширины линии резонанса  $\kappa/2\pi = (\kappa_0 + \kappa_c/I)/2\pi$  для идеальной связи  $I = 1$ , когда нет паразитных потерь ( $\kappa_p = 0$ ) и для неидеальной связи  $I = 0.7$ . Моделирование представлено при фиксированном  $\kappa_0$  и меняющемся  $\kappa_c$ . В случае идеальной связи (пунктирные линии) точка полного исчезновения

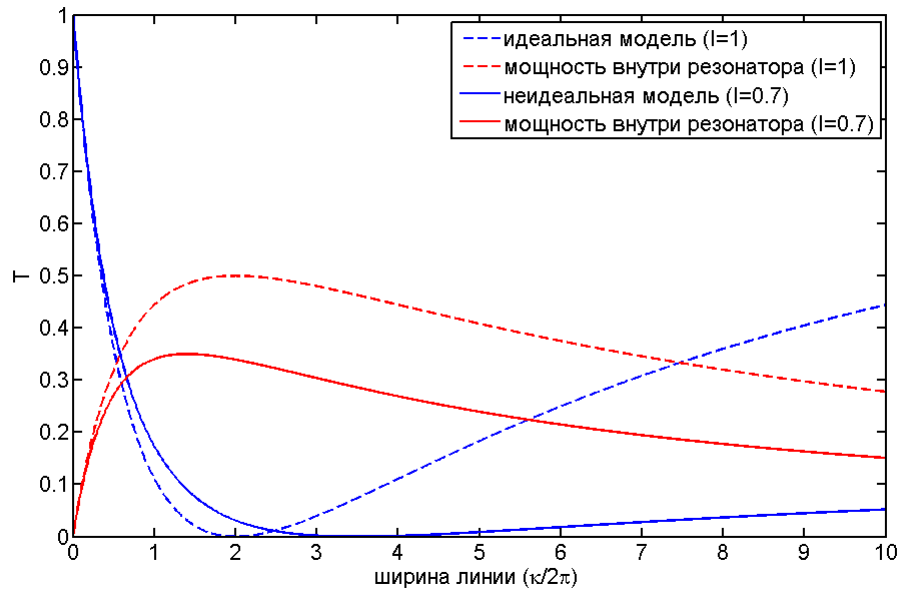


Рисунок 2.1 — Графики пропускания  $T$  (синий) и мощности внутри резонатора  $P_{res}$  (красный) как функция полной ширины линии  $\kappa/2\pi$  для идеального ( $I = 1$ , пунктирная линия) и неидеального ( $I = 0.7$ , сплошная линия) случаев.

мощности (т.е.  $T = 0$ , критическая точка связи) совпадает с точкой максимальной мощности внутри микрорезонатора. Для неидеального случая (сплошные линии), в котором паразитные потери линейно возрастают со скоростью связи  $\kappa_p = 0.43\kappa_c$ , результирующая эффективность связи становится меньше. Что еще более важно, максимальное значение мощности внутри микрорезонатора уменьшается по сравнению с идеальным случаем. Из-за паразитных потерь критическая связь и перегружение достигается при большей общей ширине линии или вообще не могут быть достигнуты, если  $\kappa_p > \kappa_c$ .

### 2.2.2 Методика создания интегрального волновода

В этом подразделе продемонстрирован новый элемент связи на основе интегрального чипа, который позволяет эффективно связываться с широким набором диэлектрических кристаллических микрорезонаторов. Данный элемент

связи обеспечивает преимущества перед часто используемыми растянутыми оптическими волокнами за счет устойчивости ко внешним воздействиям и шумам. Интегральный чип состоит из нитрид кремниевого волновода ( $\text{Si}_3\text{N}_4$ ) по краям, и вставки из кварцевого волновода ( $\text{SiO}_2$ ) в центре. Размеры оптического волновода  $\text{SiO}_2$  выбраны так, чтобы обеспечить фазовый синхронизм между модой накачки в волноводе и оптической модой микрорезонаторов из фторидов стронция ( $\text{SrF}_2$ ) и бария ( $\text{BaF}_2$ ).

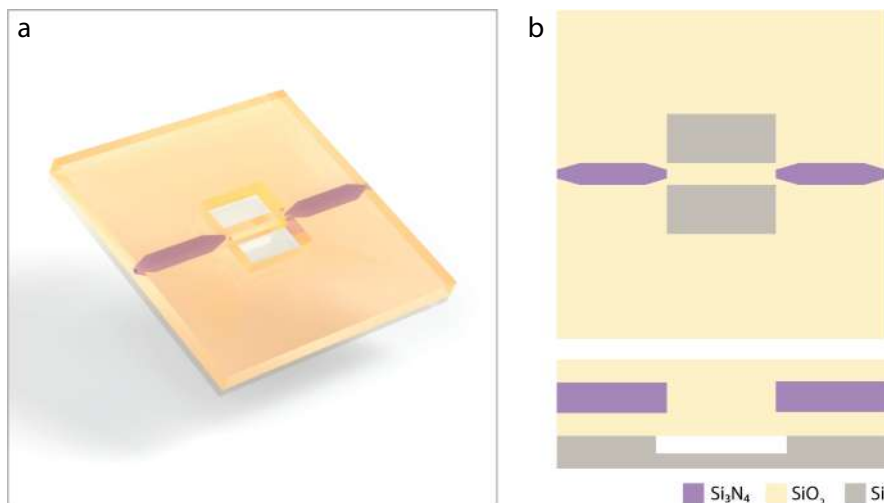


Рисунок 2.2 — **a**: Модель интегрального чипа, используемого для связи с оптическими микрорезонаторами. **b**: Схематический вид чипа. Верхний чертеж показывает вид сверху, а нижний чертеж - горизонтальное поперечное сечение.

Дизайн интегрального волновода изображен на рис. 2.2. Волновод состоит из двух конических волноводов из  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , расположенных по краям [94] и вставки из  $\text{SiO}_2$  в центре. Сначала свет линзированным волокном заводится в одномодовый  $\text{Si}_3\text{N}_4$  волновод, а затем из волновода попадает в  $\text{SiO}_2$  вставку. Перед входом во вставку из  $\text{SiO}_2$ , волновод  $\text{Si}_3\text{N}_4$  сужается по ширине. Это плавно уменьшает эффективный волновой вектор распространения и увеличивает область поля моды, чтобы перекрываться с профилем мод внутри  $\text{SiO}_2$ , а также уменьшает отражение на границах раздела. В пучке света, имеющем большее поперечное сечение, чем волновод  $\text{Si}_3\text{N}_4$ , многочисленные моды более высокого порядка обрезаются. Чтобы максимизировать преобразование излучения в основную моду, волновод  $\text{Si}_3\text{N}_4$  расположен в центре поперечной плоскости вставки из  $\text{SiO}_2$ , как показано на рис. 2.2(b). Подрезание кремниевой подложки под вставкой имеет важное значение для удержания света во время распространения в пластине  $\text{SiO}_2$ . После секции с вставкой, свет аналогично входит в конический  $\text{Si}_3\text{N}_4$  волновод. Чтобы создать вертикальное удержание моды внутри

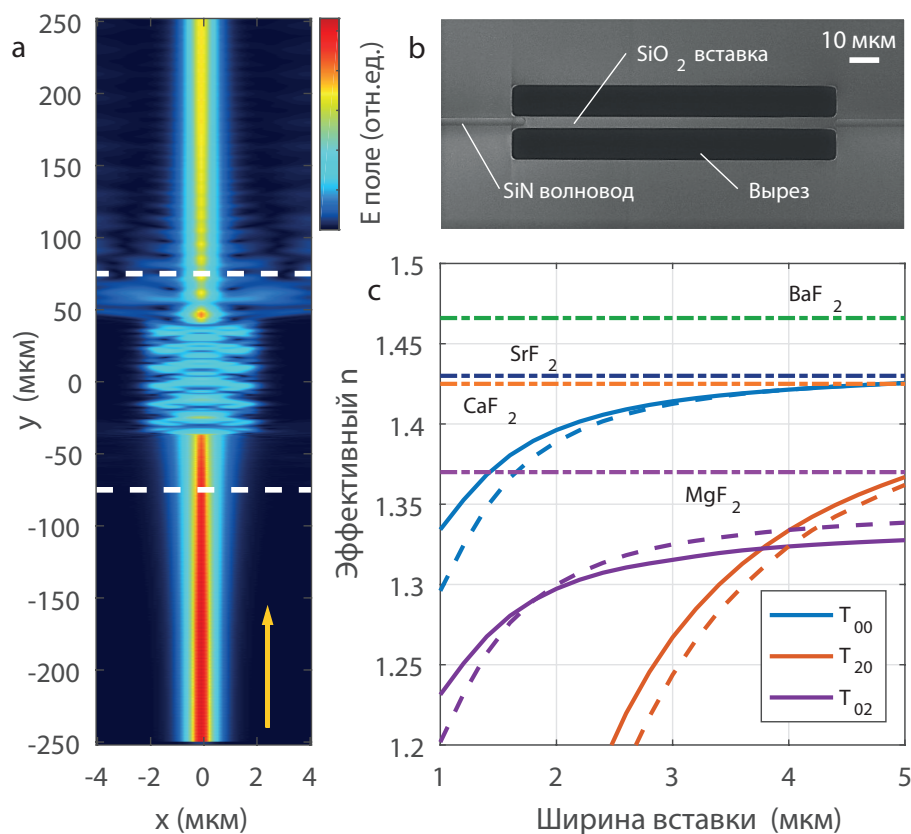


Рисунок 2.3 — **a**: FDTD моделирование распространения света (амплитуды электрического поля) в  $4 \times 4$  мкм<sup>2</sup> волноводе из SiO<sub>2</sub>, используемого в эксперименте.

Направление распространения поля показаны стрелкой. **b**: SEM изображение изготовленного волновода. Вид изображения соответствует области, окруженной белой-пунктирной линией в **a**. **c**: Эффективный показатель преломления  $n$  от ширины (высота 4 мкм) волновода. ТМ(TE) моды показаны сплошными (пунктирными) линиями, для преобладающих трех семейств мод **a** (00,20,02). Показатели преломления материала четырех фторидов приведены штриховыми пунктирными линиями.

SiO<sub>2</sub>, для максимизации площади взаимодействия выпадающего поля с микро-резонатором, толщину слоя SiO<sub>2</sub> необходимо свести к минимуму. Однако при определенной толщине свет, распространяющийся внутри основного волновода Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>, начинает вытекать в кремниевую подложку с высоким показателем преломления. Поэтому при выборе толщины SiO<sub>2</sub> должен быть достигнут баланс.

Для нахождения оптимальных размеров для данного чипа, было проведено численное моделирование. На рис. 2.3(a) изображен пример моделирования методом конечных элементов (*Lumerical FDTD Solutions*) распространения у-поляризованного (ТМ) света через SiO<sub>2</sub> волновод. В этом примере размеры волновода полностью соответствуют изготовленным образцам, экспериментальные результаты с которыми, представлены ниже. Область SiO<sub>2</sub> и главный волновод Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> имеют поперечные сечения  $4 \times 4$  мкм<sup>2</sup> и  $0.5 \times 0.8$  мкм<sup>2</sup> соответственно. Волновод Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub> перед входом во вставку сужается до ширины 0.2 мкм, что

обусловлено техническими ограничениями. Внутри  $\text{SiO}_2$  большая часть (72%) света находится в основной моде, 20% в двух модах более высокого порядка и 8% в других модах высокого порядка. Полная передача мощности от входа к выходу луча в  $\text{SiO}_2$  в модели составляет 48%.

### 2.2.3 Экспериментальные результаты с интегральным волноводом

Для проверки эффективности связи полученного оптического волновода с оптическим микрорезонатором было изготовлено несколько резонаторов из  $\text{BaF}_2$  и  $\text{SrF}_2$ . Микрорезонаторы изготавливались на станке, описанном выше [95]. Диаметры варьировались от  $\sim 3 - 6$  мм и радиус закругления  $\sim 500$  мкм. Для оптимальной связи существуют ограничения на эффективный показатель преломления между микрорезонатором и интегральным волноводом. Кроме того, должно быть большое перекрытие мод резонатора с модой в волноводе. Фторидные материалы, используемые для оптических микрорезонаторов, имеют показатели преломления ниже, чем у типичных интегральных чип-материалов  $\text{Si}_3\text{N}_4$  и  $\text{Si}$ : (фторид магния:  $n_{\text{MgF}_2} \sim 1.37$ , фторид кальция:  $n_{\text{CaF}_2} \sim 1.425$ , фторид стронция:  $n_{\text{SrF}_2} \sim 1.43$ , и фторид бария:  $n_{\text{BaF}_2} \sim 1.466$ ). Для проверки и оптимизации условия фазового согласования между микрорезонаторами и волноводом, были протестированы два кристаллических материала  $\text{SrF}_2$  и  $\text{BaF}_2$ . Материалы были выбраны из условия на показатель преломления, так как они были ближе всего к изготовленным волноводам, как показано на рис. 2.3(с).

Схематический вид экспериментальной установки показан на рис. 2.4. Излучение непрерывного перестраиваемого лазера ( $\lambda \sim 1554$  нм) вводится в волновод при помощи линзированного волокна. Выходной сигнал также собирается линзированным волокном. Микрорезонатор располагался над волноводом и его позиция контролировалась с помощью 5-координатной подачи, имеющей точность  $\sim 100$  нм в X, Y, и Z направлениях. Генератор с произвольной формой сигнала служил для перестройки частоты лазера и для подачи РЧ сигнала на фазовый модулятор. Мощность лазера в волноводе оставалась низкой, чтобы избежать нелинейности МШГ резонанса. Электрооптический фазовый модулятор (ЭОМ) был использован для создания калибровочных боковых полос, которые

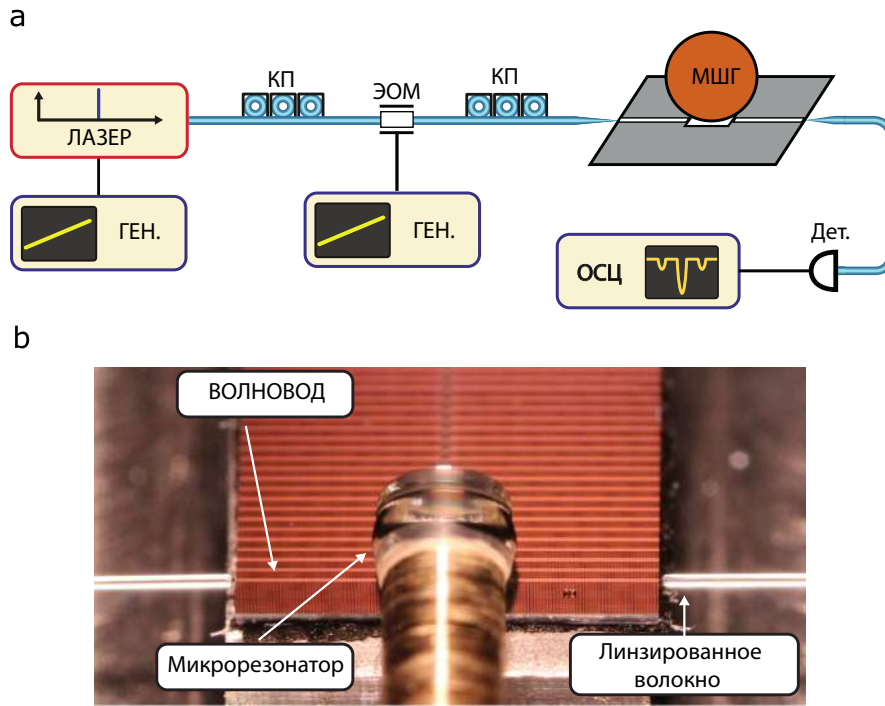


Рисунок 2.4 — а. Схема установки использующейся в эксперименте. Лазер: непрерывный перестраиваемый узкополосный лазер; Ген.: генератор; МШГ: оптический микрорезонатор, КП: контроллер поляризации; ЭОМ: фазовый модулятор; Дет.: фотодетектор; ОСЦ.: осциллограф. б. Фотография установки. Оптический микрорезонатор расположен сверху и посередине чипа, к краям чипа подведены линзированные волокна через которые вводится/выводится свет.

необходимы для преобразования лазерной развертки в частотную область. Раздельные контроллеры поляризации добавлены для оптимизации эффективности ЭОМ модуляции и связи микрорезонатора с чипом. Эффективность связи в системе измерялась фотодетектором и записывалась с помощью осциллографа. После нахождения оптимального положения резонатора относительно волновода, резонатор опускается ближе к волноводу с шагом  $\sim 100$  нм при сканировании лазера, и в каждой точке регистрировалось резонансная эффективность.

Эффективность связи  $T$  определяется из глубины резонансного провала на осциллографе, и в данном случае следует из формулы (2.11):

$$T(\Delta = 0) = T_0 + (1 - T_0) \left( 1 - \frac{2}{K^{-1} + I^{-1}} \right)^2 = T_0 + (1 - T_0) \left( \frac{\kappa_0 + \kappa_p - \kappa_c}{\kappa_0 + \kappa_p + \kappa_c} \right)^2 \quad (2.13)$$

Где  $K = \kappa_c / \kappa_0$  параметр связи,  $I = \kappa_c / (\kappa_c + \kappa_p)$  идеальность связи,  $\kappa_c$  внешние потери на моде волновода,  $\kappa_p$  паразитные потери (усиливают внутрирезонаторное распадение поля), и  $\kappa_0$  внутренние потери высокочастотного микрорезона-

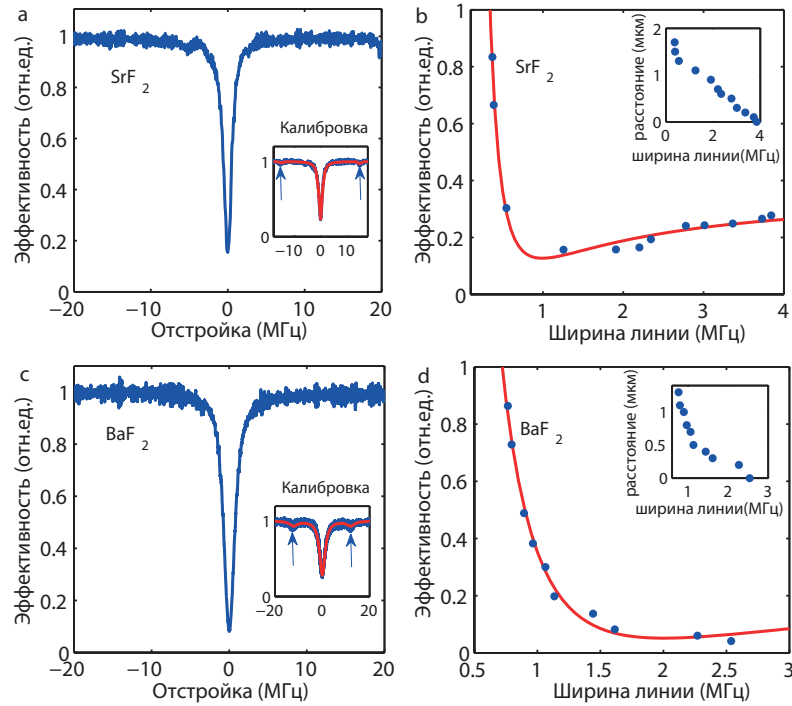


Рисунок 2.5 — **a**: Измерение ширины линии SrF<sub>2</sub> при критической связи. Вставка - SrF<sub>2</sub> резонанс с калибровочными боковыми линиями (результат фазовой модуляции лазера) на частоте 12 МГц, резонанс (синяя линия) и аппроксимация лоренцианом (красная линия). Боковые полосы обозначены двумя стрелками, а масштаб и оси совпадают с основным графиком. **b**: Характеристика идеальности связи для SrF<sub>2</sub> (красная линия аппроксимация (2.13)), вставка - ширина линии моды в зависимости от расстояния между резонатором и волноводом. **c**: Измерение ширины линии BaF<sub>2</sub> при критической связи. Вставка - BaF<sub>2</sub> резонанс с калибровочными боковыми линиями (результат фазовой модуляции лазера) на частоте 15 МГц, резонанс (синяя линия) и аппроксимация лоренцианом (красная линия). Боковые полосы обозначены двумя стрелками, а масштаб и оси совпадают с основным графиком. **d**: Характеристика идеальности связи для BaF<sub>2</sub> (красная линия аппроксимация (2.13)), вставка - ширина линии моды в зависимости от расстояния между резонатором и волноводом.

тора. Дополнительное смещение  $T_0$  добавлено из соображений что некоторый процент света никогда не попадет в микрорезонатор, вследствие неидеального совпадения поляризаций и суммарного интеграла перекрытия мод. В данном случае эффективность измеряется когда отстройка лазера от резонанса  $\delta = 0$ . Суммарная ширина линии  $\kappa = \kappa_0 + \kappa_p + \kappa_c = 2\pi\Delta f$  ( $\Delta f$  - измеренная ширина линии). Полагаем, что паразитные потери линейно растут с внешними потерями  $\kappa_p = \alpha\kappa_c$ , для неидеального случая (для идеального  $\kappa_p = 0$ ). Внутренние потери  $\kappa_0$  характеризуются  $Q_0 = 2\pi n_{\text{ом}}/\alpha\lambda$  внутренней добротностью микрорезонатора, и  $\kappa_c$  отвечает за  $Q_c$  добротность связи т.е. энергия, которая возвращается из моды резонатора в моду волновода. В зависимости от расстояния между микрорезонатором и волноводом могут быть идентифицированы

три режима связи недогруженная ( $Q_0 < Q_c$ ), критическая связь ( $Q_0 = Q_c$ ) и перегруженная ( $Q_0 > Q_c$ ).

Основные результаты эксперимента для  $\text{SrF}_2$  и  $\text{BaF}_2$  представлены на рис. 2.5[a-b] и рис. 2.5[c-d], соответственно. Рис. 2.5(a) и рис. 2.5(c) показывают резонанс в положении близком к критической связи. Ось X откалибрована во времени с помощью фазового модулятора. Вставки на рис. 2.5(a) и рис. 2.5(c) показывают калибровочные сканы – боковые полосы от фазовой модуляции на 12 МГц ( $\text{SrF}_2$ ) и 15 МГц ( $\text{BaF}_2$ ). Синяя кривая сигнал с фотодетектора, красная кривая аппроксимация лоренцевой формой линии для основного резонанса и его боковых полос от фазовой модуляции.

Рис. 2.5(b) и (d) показывает зависимость эффективности связи от ширины линии резонанса для  $\text{SrF}_2$  и  $\text{BaF}_2$  соответственно. Рис.2.5(b) демонстрирует поведение близкое к идеальной связи для  $\text{SrF}_2$ . Максимальная эффективность связи для  $\text{SrF}_2$  микрорезонатора 84.4% с нагруженной добротностью  $\sim 1.5 \times 10^8$ , соответствующей ширине линии  $\Delta\nu_{\text{SrF}_2} = 1.28$  МГц. Минимальная ширина линии в недогруженном режиме составила  $\Delta\nu_{\text{SrF}_2} = 350$  кГц. Красная линия на картинке показывает аппроксимацию согласно формуле (2.13), дающая значения для  $\kappa_p = 0.34\kappa_c$ ,  $\kappa_0/2\pi = 0.3264$  МГц, и  $T_0 = 0.1269$ . Вставка показывает зависимость ширины линии от расстояния между микрорезонатором и волноводом. (Точка касания волновода только приближительна и определяется, когда положение резонатора значительно изменяет входную/выходную связь).

Для  $\text{BaF}_2$  максимальная эффективность связи 95.7% с нагруженной добротностью  $\sim 8.7 \times 10^7$ , соответствующая ширине линии  $\Delta\nu_{\text{BaF}_2} = 2.271$  МГц и минимальная ширина линии  $\Delta\nu_{\text{BaF}_2} = 717$  кГц в недогруженном режиме. Аппроксимация данных уравнением (2.13) дает  $\kappa_p = 0.29\kappa_c$ ,  $\kappa_0/2\pi = 0.7085$  МГц, и  $T_0 = 0.0516$ . Рис. 2.5(d) показывает другую идеальность связи для  $\text{BaF}_2$ . В недогруженном режиме кривая хорошо описывает формулу (2.13), но после критической связи потери увеличиваются и эффективность падает, что не соответствует идеальному поведению. Это возможно в результате того, что у волновода эффективный показатель преломления не согласован с показателем преломления фторида бария. Как результат, возникают дополнительные каналы потерь из-за нежелательной связи с чипом или, возможно, резонатор касается волновода в нескольких точках, и тем самым деформирует его. Полученные результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2 — Основные результаты.

Материал	Эффективность связи, %	Макс. $\Delta\nu$ , кГц	Нагруженная добротность $Q$ ( $10^7$ )	Мин. $\Delta\nu$ , кГц
$\text{SrF}_2$	84.4	1280	15	350
$\text{BaF}_2$	95.7	2271	8.5	717

### 2.3 Выводы к главе 2

Описаны механизмы, вносящие вклад в добротность микрорезонатора, рассмотрены основные элементы связи с микрорезонатором. Продемонстрирован интегральный волновод на основе  $\text{Si}_3\text{N}_4\text{-SiO}_2\text{-Si}_3\text{N}_4$  для связи с высокодобротными микрорезонаторами из  $\text{SrF}_2$  и  $\text{BaF}_2$ . Добротность микрорезонаторов при этом составила  $Q \sim 10^8$  с эффективностью связи  $\sim 85\%$  для  $\text{SrF}_2$  и  $95\%$  для  $\text{BaF}_2$ . Данный интегральный волновод обеспечивает высокий уровень интеграции кристаллических оптических микрорезонаторов и может привести к появлению новой разновидности компактных оптических приборов на основе микрорезонаторов.



### Глава 3. Модулятор на основе МШГ

В данной главе описана теория, численное моделирование и эксперимент по электрооптическому взаимодействию в микрорезонаторах из ниобата лития. Электрооптические модуляторы с модами шепчущей галереи (МШГ), представляют перспективную платформу для оптоэлектронных устройств [96–98]. Небольшой размер и высокая плотность оптического поля МШГ допускает сильное электрооптическое взаимодействие в резонаторах из традиционных нелинейных оптических кристаллов, при правильном выборе оптических мод и конфигурации СВЧ поля.

#### 3.1 Теория модулятора с МШГ

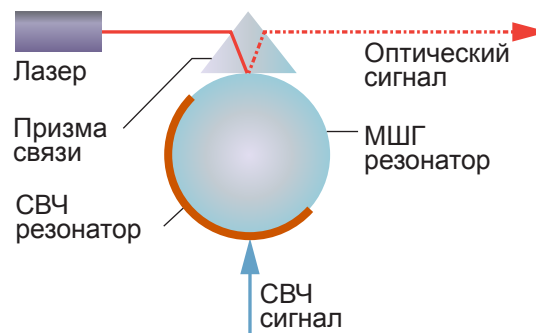


Рисунок 3.1 — Схема модулятора.

Блок схема модулятора показана на рис. 3.1. Традиционно схема МШГ модулятора состоит из РЧ полуволнового кольцевого микрополоска расположенного сверху оптического микродиска вдоль его окружности [96; 99]. Микродиск является микрорезонатором и в тоже время служит диэлектрическим слоем для микрополоска, несущего РЧ поле.

Рассмотрим случай, когда модуляция происходит на частоте  $f_{RF}$ . В оптическом спектре вблизи основной линии оптической несущей  $f$  появляются боковые компоненты  $f \pm f_{RF}$ . Для получения максимальной модуляции все эти три частоты должны находиться вблизи оптических резонансов. В сочетании с высокой добротностью МШГ ( $Q \sim 10^6 - 10^8$ ), это приводит не только к ограни-

ченности полосы модуляции, но и к тому, что частота модуляции должна совпадать с межмодовым интервалом микрорезонатора, либо быть меньше полосы оптического резонанса. Таким образом, возможно три режима работы модулятора на МШГ, схематически изображенных рис. 3.2.

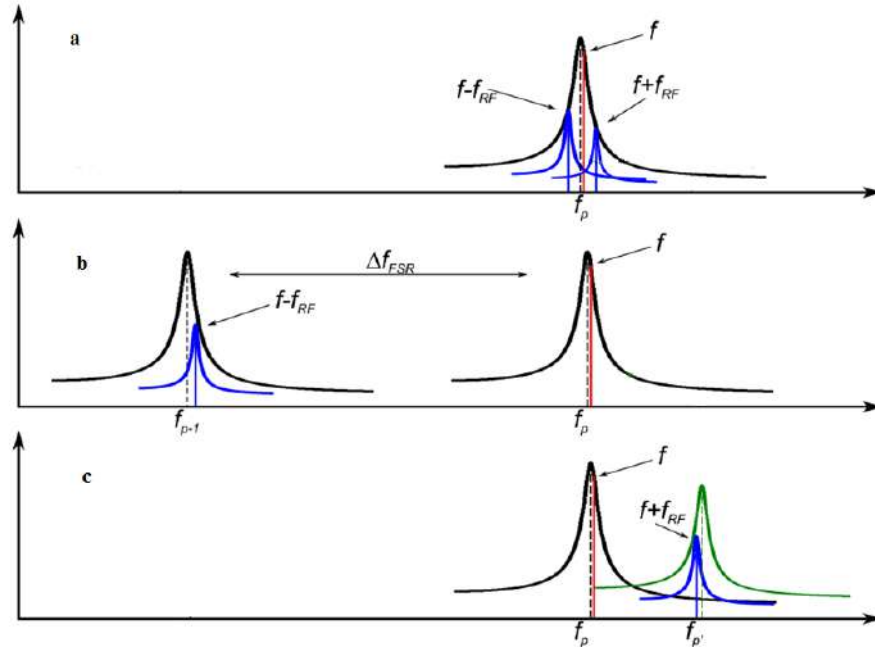


Рисунок 3.2 — Частотное расположение МШГ и модуляции в различных режимах.  $f$  — частота накачки,  $f_p$  — частота накачиваемой моды,  $f_{p'}$  — частота нефундаментальной моды.

1. Модуляция накачки — накачиваемая мода является сигнальной (рис. 3.2[a]). Соответственно боковые гармоники модуляции находятся внутри накачиваемой моды. При этом частота модуляции  $f_{RF} \leq f_p Q_p^{-1}/2$  должна быть меньше полуширины линии резонанса МШГ, а ширина полосы модуляции  $\Delta f_{mod} \leq f_p Q_p^{-1}/2 - f_{RF}$  — ещё меньше.
2. Модуляция в соседнюю по межмодовому интервалу моды — сигнальная мода соседняя к накачке (рис. 3.2[b]). При этом частота модуляции  $f_{RF} \approx \Delta f_{FSR}$  порядка расстояния между модами, а ширина полосы — порядка ширины сигнальной линии.
3. Модуляция в нефундаментальную моды — сигнальная мода не фундаментальная (рис. 3.2[c]). При этом  $f_{RF}$  должна быть порядка разности частот моды накачки и сигнальной моды (которую можно подобрать под необходимое значение), а ширина полосы — порядка ширины сигнальной линии.

Первый режим имеет сравнительно широкий диапазон модуляции, так как ширина моды зависит от добротности (максимально  $\approx 1$  ГГц – ширина моды, при добротности  $10^5$ ). Второй режим является наиболее перспективным как с точки зрения величины несущей радио сигнала, так и с точки зрения полосы модуляции, так как здесь модуляция происходит на межмодовом интервале микрорезонатора который составляет десятки гигагерц. Третий режим может использоваться для низкочастотных модуляций, но он сложно воспроизводим, так как распределение МШГ резонансов сложно контролировать при производстве микрорезонаторов.

МШГ резонатор изготовлен из электрооптического материала и приложение внешнего СВЧ поля приводит к изменению показателя преломления и соответственно к сдвигу резонансной частоты. Электрооптический эффект может быть описан как [100]:

$$\delta\epsilon_{ij} \approx -\epsilon_{il}r_{lmk}E_k^{\text{rf}}\epsilon_{mj}, \quad (3.1)$$

где  $r_{lmk}$  электрооптический тензор,  $\vec{E}^{\text{rf}}$  – радиочастотное поле,  $\hat{\epsilon}$  и  $\delta\hat{\epsilon}$  тензор диэлектрической проницаемости и его вариация. Используя теорию возмущений, в первом порядке малости, сдвиг частоты оптических мод принимает следующий вид:

$$\delta\omega = \frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{1}{2} \frac{\int E_q^{s*} \epsilon_{qi} r_{ijk} E_k^{\text{rf}} \epsilon_{jl} E_l^{\text{p}} dV}{\int E_j^{s*} \epsilon_{jk} E_k^{\text{s}} dV}, \quad (3.2)$$

где  $\delta\omega$  сдвиг частоты оптической моды (сигнальной),  $\omega$  – несущая частота,  $E_j^{\text{s}}$  и  $E_j^{\text{p}}$  компоненты оптического поля сигнальной моды и моды накачки (которая может быть любой в общем случае), и '\*' означает комплексное сопряжение. Интегрирование производится по всему объему микродиска и суммирование ведётся по всем индексам. Данное выражение удобно переписать с точки зрения электрического смещения  $\vec{D}$ . Такая формулировка более удобна для численного моделирования, так как получение этого вектора из модели более простое. К тому же, в таком представлении исчезает тензор диэлектрической проницаемости, сильно усложняющий аналитические расчёты. Таким образом, выражение для сдвига частот (3.2) можно упростить, используя свойства мод шепчущей

галереи и цилиндрической симметрии к 2-мерному интегралу [101]:

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{\int_S r_{lmn}^{\text{cyl}} E_n^{\text{rf}} D_l^{\text{s}*} D_m^{\text{p}} r dr dz}{2\epsilon_0 W^{\text{s}}}. \quad (3.3)$$

Здесь,  $D_j^{\text{s}}$  и  $D_j^{\text{p}}$  компоненты сигнальной моды и моды накачки оптического поля смещения,  $W^{\text{s}} = \int \epsilon_0^{-1} D_i^{\text{s}*} \epsilon_{ij}^{-1} D_j^{\text{s}}$  полная энергия сигнальной моды и

$$r_{lmn}^{\text{cyl}} = \int_{\Phi} C_{pl}^{\dagger} r_{pqk} C_{qm} C_{kn} e^{M\varphi} d\varphi, \quad (3.4)$$

$\hat{C}$  – матрица перехода к цилиндрическим координатам,  $M = m_p - m_s + m_{\text{rf}} \frac{2\pi}{\alpha}$  – обобщенное азимутальное число для взаимодействующих мод,  $m_p$ ,  $m_s$  и  $m_{\text{rf}}$  азимутальные числа ( $\approx$  число длин волн по окружности) для моды накачки, сигнальной моды и СВЧ моды. Здесь считается, что для радиочастотного поля азимутальная зависимость имеет вид  $e^{im_{\text{rf}} \frac{2\pi}{\alpha} \varphi}$ , где  $\alpha$  угловая длина микрополоска.

Амплитуда модулированного сигнала вычисляется исходя из уравнений Максвелла. Каждая мода берется в виде медленно меняющейся амплитуды, осциллирующей на частоте накачки  $u_j = \vec{e}_j(\vec{r}) A_j(t) e^{-i\omega t}$ , где  $\vec{e}$  обозначает пространственную зависимость МШГ поля. Далее, используя свойство ортогональности  $\int \vec{e}_k^{\dagger} \hat{\epsilon} \vec{e}_j dV = \delta_{kj} W_j$  получим

$$\begin{aligned} (\omega_k^2 - \omega^2) \frac{A_k}{c^2} + \frac{\ddot{A}_k}{c^2} - 2i\omega \frac{\dot{A}_k}{c^2} + \sum_j \frac{\partial^2 U(t) u_j}{\partial t^2} \frac{2\delta_{\omega_{kj}}}{c^2} \\ - \sum_j i\omega A_j \frac{2}{c^2} \kappa_{kj} = F X_k, \end{aligned} \quad (3.5)$$

где,  $\kappa_{kj} = \frac{c^2}{2} \gamma_j \frac{\int \vec{e}_k^{\dagger} \vec{e}_j dV}{\epsilon_0 W_k}$  – интегралы перекрытия между соседними модами,  $X_k = \frac{\int \vec{e}_k^{\dagger} \vec{f}_p dV}{\epsilon_0 W_k}$  – интеграл перекрытия мод с полем накачки,  $\delta_{\omega_{kj}} = \frac{1}{2} \frac{\int \vec{e}_k^{\dagger} \hat{\epsilon}_1 \vec{e}_j dV}{\epsilon_0 W_k}$  статический сдвиг частоты моды из (3.2).  $U(t)$  обозначает временную зависимость модуляции,  $\gamma_j$  определяет потери в моде.

В квазистатическом случае решение уравнения Максвелла (3.5) имеет следующий вид [100]:

$$A_k \approx \frac{F c^2}{2\omega} \frac{X_k}{\Delta_k - \omega \delta_{\omega_{kk}} - i\kappa_{kk}}. \quad (3.6)$$

В результате каждая мода колеблется с частотой накачки с постоянной амплитудой  $\frac{Fc^2}{2\omega}$ , пропорциональной прямому перекрытию с модой накачки  $X_k$ . Модулированная часть состоит из колебаний на частотах, сдвинутых относительно накачки на  $\pm\omega_{\text{rf}}$ .

### 3.2 Моделирование радиочастотных мод

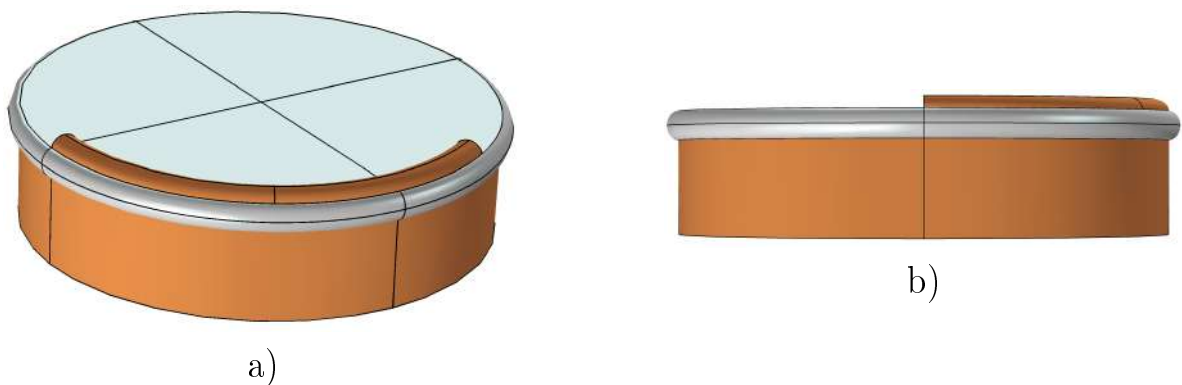


Рисунок 3.3 — а) 3D вид модулятора с длиной микрополоска  $120^\circ$ . б) вид 3D модулятора в  $xz$ -плоскости.

Для нахождения интеграла перекрытия (величины модуляции) численно были найдены распределение СВЧ полей в колечке и МШГ полей внутри микрорезонатора. Оптические и радиочастотные моды моделировались с использованием метода конечных элементов в среде разработки Comsol Multiphysics. В симуляциях использовались следующие геометрические параметры: радиус  $R = 450$  мкм, толщина микродиска  $H = 500$  мкм, толщина микрополоска  $t = 50$  мкм, ширина микрополоска  $w = 100$  мкм. Резонансные частоты микрополоска аналитически выражаются как [102]:

$$f_m = \frac{m_{\text{rf}}c}{\alpha R \sqrt{\epsilon_{\text{эфф}}}}, \quad (3.7)$$

где  $\alpha$  – длина кольца в радианах,  $R = (r_{\text{внут}} + r_{\text{внеш}})/2$  – радиус кольца,  $r_{\text{внут}}$  – внутренний радиус и  $r_{\text{внеш}}$  – внешний радиус, и

$$\epsilon_{\text{эфф}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{H}{w}}}, \quad (3.8)$$

$\epsilon_r$  и  $H$  – эффективная диэлектрическая проницаемость в микроволновом диапазоне и толщина диэлектрического слоя,  $w = r_{\text{внеш}} - r_{\text{внут}}$  – ширина микрополоска.

Для оптимальной эффективности модулятора, должен выполняться частотный синхронизм:  $f_{\text{rf}} = \Delta f_{\text{FSR}}^{\text{опт}}$ .  $\Delta f_{\text{FSR}}^{\text{опт}} \simeq \frac{c}{2\pi R n}$  межмодовое расстояние микродиска. СВЧ частота должна быть кратна межмодовому интервалу резонатора. Полоса модуляции при этом ограничена оптической и СВЧ добротностью  $\Delta f_{\text{мод}} = \min(\frac{f_{\text{опт}}}{Q_{\text{опт}}}; \frac{f_{\text{rf}}}{Q_{\text{rf}}})$ . Для примера при  $f_{\text{опт}} = 194$  ТГц,  $Q_{\text{опт}} = 10^7$  и  $f_{\text{rf}} = 10$  ГГц,  $Q_{\text{rf}} = 50$ , получим полосу модуляции  $\Delta f_{\text{мод}} \approx 20$  МГц.

Собственные частоты и распределение резонансного РЧ поля в микрополоске были посчитаны как решение задачи на собственные значения в трехмерной геометрии (рис.3.3[a]). В качестве материала электрода была выбрана медь, а материал микродиска ниобат лития ( $\text{LiNbO}_3$ ). Сечение  $xz$ -плоскости модулятора представлено на рис.3.3[b].

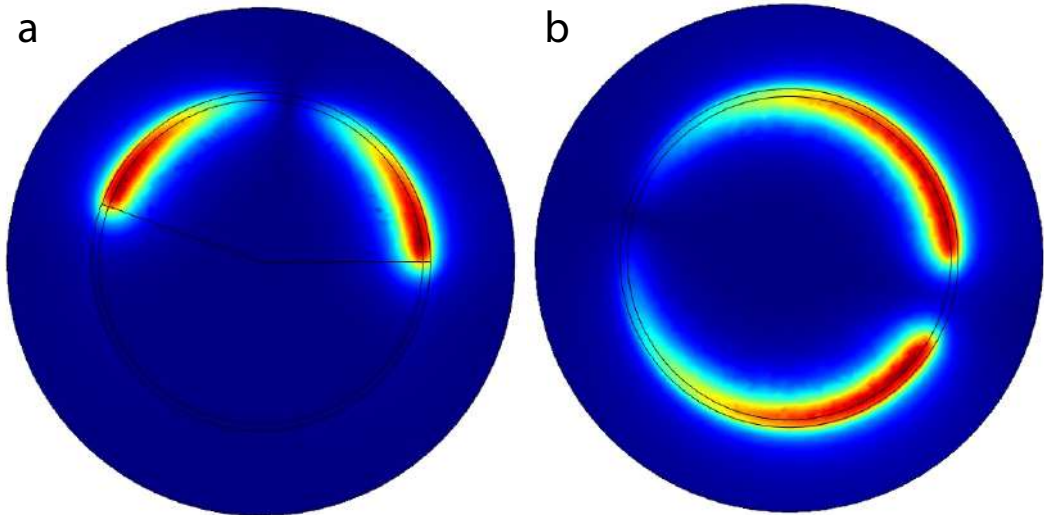


Рисунок 3.4 — Распределение полного электрического поля вдоль окружности МШГ микродиска для полуволны с а) длиной  $160^\circ$ , б) длиной  $330^\circ$ .

В моделировании изменялась длина полоска в диапазоне  $[90^\circ : 350^\circ]$  ( $[\frac{\pi}{2}; \frac{35}{18}\pi]$  в радианах) и решалась задача на собственные значения для каж-

дой конфигурации отдельно. Результат численного моделирования для микрополоска с длинами  $160^\circ$  и  $330^\circ$  показаны на рис. 3.4. Рисунки 3.4(a) и 3.4(b) иллюстрируют распределение полного электрического поля вдоль окружности МШГ микродиска для полуволновой моды микрополоска ( $m_{\text{rf}} = 1/2$ ). Полуволновые частоты в этой конфигурации следующие  $f_{\text{rf}} = 2.8$  ГГц и  $f_{\text{rf}} = 1.42$  ГГц, которые находятся в полном соответствии с уравнением (3.7) для  $\epsilon_r = \epsilon_{zz} = 31$ .

### 3.3 Моделирование МШГ мод и расчет сдвига частот

Для получения распределения МШГ поля численно, использовался метод предложенный в [103]. Метод использует решение задачи на собственные значения в 2D геометрии в поперечном сечении и цилиндрической симметрии оптического микрорезонатора. Пример моделирования распределения поля МШГ в микрорезонаторе представлен на рис. 3.5. МШГ поле концентрируется на боковой поверхности резонатора, частично выпадая наружу.

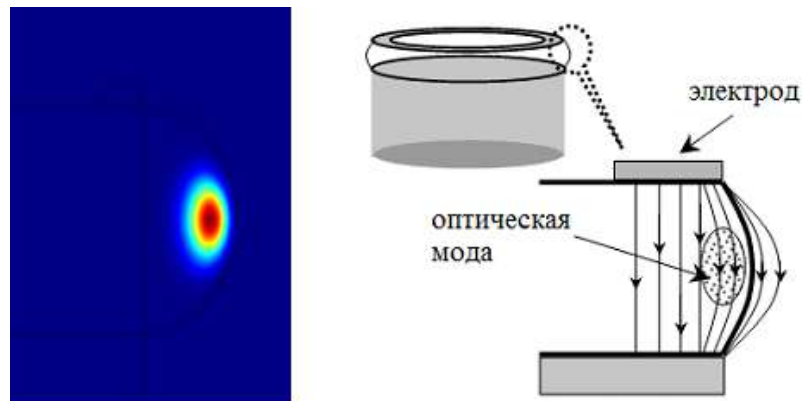


Рисунок 3.5 — Слева: мода шепчущей галереи с азимутальным числом 800, справа: оптимальная геометрия СВЧ электродов.

МШГ моды концентрируются на гранях микродиска и их объем мал. Поэтому, оптимально концентрировать СВЧ поля на краю микродиска. В [98] было показано, что нижний электрод должен быть того же диаметра, что и микрорезонатор для максимального перекрытия микроволновых и оптических полей. Перекрытие МШГ и СВЧ полей происходит как показано на рис. 3.5 справа. Были найдены МШГ и СВЧ поля, теперь можно рассчитать перекрытие этих полей. Уравнения (3.2) и (3.3) описывают интеграл перекрытия в форме безразмерной величины – относительного сдвига частоты  $\frac{\delta\omega}{\omega}$ . Однако этот сдвиг

отличается для различных значений модулирующего напряжения. Кроме того, решения задачи на собственные значения, которые использовались чтобы найти распределение полей, дают произвольные, не нормированные амплитуды полей. Поэтому величина перекрытия должна быть нормирована на квадратный корень из полной электрической энергии  $W^{\text{rf}} = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 \vec{E}_{\text{rf}}^* \hat{\epsilon}^{\text{rf}} \vec{E}_{\text{rf}} dV$ . Отсюда получаем относительный сдвиг частоты на квадратный корень из джоуля. Выражение (3.2) переписывается как:

$$\delta_E = \frac{1}{\sqrt{W^{\text{s}}}} \text{Re} \left( \frac{\delta\omega}{\omega} \right) = \frac{1}{2} \text{Re} \left( \frac{\int D_i^{*\text{s}} r_{ijk} E_k^{\text{rf}} D_j^{\text{p}} dV}{\epsilon_0 W^{\text{s}} \sqrt{W^{\text{rf}}}} \right). \quad (3.9)$$

Вращением 2D МШГ поля по окружности находим распределения 3D МШГ полей в микрорезонаторе. Формулы перехода задаются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} E_x^{3D} &= (E_r^{2D}(r,z) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - i E_\phi^{2D}(r,z) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}) e^{im_o\phi}, \\ E_y^{3D} &= (E_r^{2D}(r,z) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + i E_\phi^{2D}(r,z) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}) e^{im_o\phi}, \\ E_z^{3D} &= E_z^{2D}(r,z) e^{im_o\phi} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Здесь  $m_o$  азимутальное число МШГ мод ( $m_p$  или  $m_s$ ). В моделировании мода накачки  $m_p = m_o + 1$  и сигнальная мода  $m_s = m_o$ . Теперь можно вычислить сдвиги частоты при модуляции, взяв решение задачи на собственные значения для распределения СВЧ поля в 3D геометрии и 3D МШГ поле после вращения.

Результаты на рисунке 3.6 показаны для полуволновых микрополосковых мод. Также рисунок 3.6 иллюстрирует интеграл перекрытия (в виде цвета) в зависимости от азимутального числа  $m_s$  сигнальной оптической моды (ТЕ и ТМ) и длины микрополоскового кольца  $\alpha$ . Заметим, что азимутальные числа оптических мод имеют относительно малую величину ( $\approx 800$ ) в модели, хотя на длине волны  $\lambda = 1550$  нм  $m_s \approx 10^5$ . Однако, достаточно найти оптимальную длину микрополоска, т.е. длину с максимальным перекрытием, а затем экстраполировать  $\delta_E$  до желаемой  $m_s$ . Численное моделирование показывает что максимальный сдвиг  $\delta_E$  наблюдается при длине микрополоска  $150^\circ - 280^\circ$ .

Максимальный сдвиг частоты ТЕ и ТМ в модуляторе может быть просто найден из теории электро-оптического эффекта. Для  $\text{LiNbO}_3$ , обсуждаемого



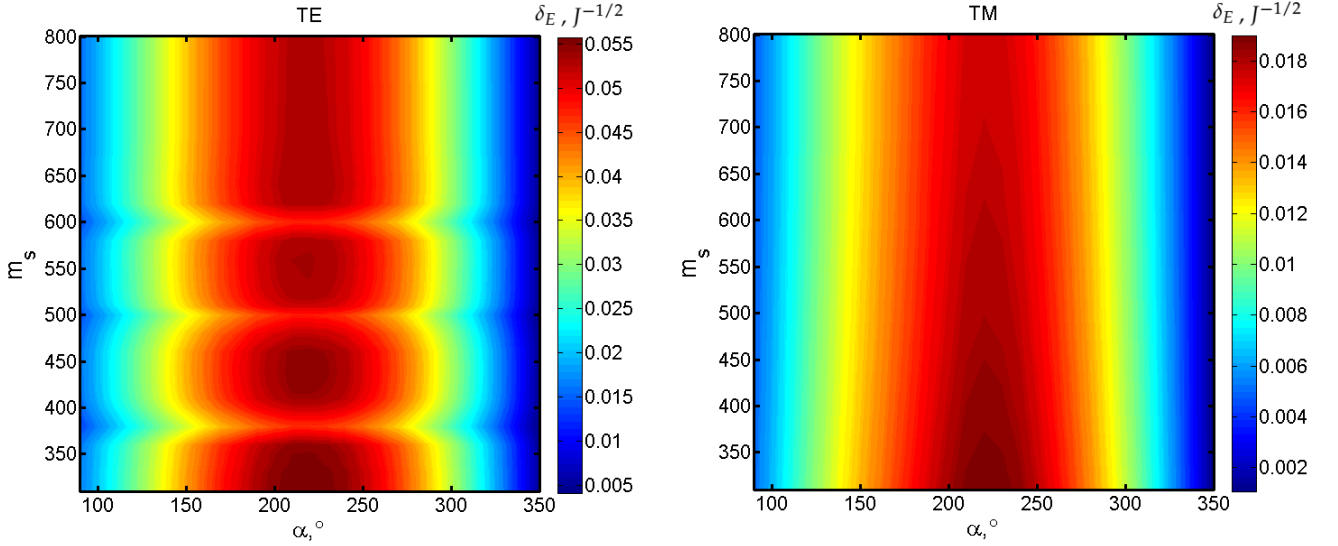


Рисунок 3.6 — Сдвиги частот  $\delta_E$  на корень из джоуля для TE и TM оптических мод в 3D модели.

в [104] находим:

$$\begin{aligned}\delta\omega_{TE} &= \omega_0 n_e^2 r_{33} E_z / 2, \\ \delta\omega_{TM} &= \omega_0 n_o^2 r_{13} E_z / 2,\end{aligned}\quad (3.11)$$

где  $\omega_0 = 2\pi \times 2 \times 10^{14}$  Гц – частота несущей лазера,  $r_{33} = 31$  пм/В и  $r_{13} = 10$  пм/В – электрооптические константы, а  $n_e = 2.28$  и  $n_o = 2.2$  – показатели преломления ниобата лития,  $E_z$  – амплитуда напряженности электрического поля, направленной вдоль оси резонатора. Теоретические значения  $\delta\omega_{TE}$  и  $\delta\omega_{TM}$  зависят от свойств материала резонатора и относятся к фундаментальным ограничениям оптических резонансных ЭОМ [105]. Так, например, в кристаллическом  $\text{LiNbO}_3$  обращение доменов происходит при  $E_z = 20$  кВ/мм, что соответствует относительным сдвигам частоты  $\delta\omega_{TE}/\omega_0 \approx 1.6 \times 10^{-3}$  и  $\delta\omega_{TM}/\omega_0 \approx 5 \times 10^{-4}$ .

### 3.4 Полуволновое напряжение МШГ модулятора

На практике эффективность модулятора обычно описывается в терминах полуволнового напряжения. Полуволновое напряжение – это напряжение, которое сдвигает фазу модулятора Маха-Цендера на  $\pi$ . В случае резонансного модулятора полуволновое напряжение может быть определено как фаза линейно

зависящая от напряжения модуляции  $\phi = \pi \frac{V}{V_\pi}$ . Ниже приведен расчет точного выражения для полуволнового напряжения в МШГ модуляторе. Производная по напряжению фазы волны в точке  $V = V_\pi$  задается следующим выражением

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial V} \right|_{V=V_\pi} = \frac{\pi}{V_\pi}. \quad (3.12)$$

Взяв АЧХ из решения волнового уравнения (3.6) в модуляторе получим

$$A(\omega) = \frac{1}{\omega - \omega_0 - \omega \delta_e - i\delta}, \quad (3.13)$$

где  $\delta_e$  – интеграл перекрытия -  $\delta$  – ширина оптической линии. Зависимость фазы от частоты стандартно выражается как

$$\phi(\omega) = \text{arctg} \left( \frac{\text{Im}(A(\omega))}{\text{Re}(A(\omega))} \right) = \text{arctg} \left( \frac{\delta}{\omega - \omega_0 - \omega \delta_e} \right). \quad (3.14)$$

С учетом  $\omega \approx \omega_0$

$$\frac{\partial \phi}{\partial V} = \frac{\omega \delta}{\omega^2 \delta_e^2 + \delta^2} \frac{\partial \delta_e}{\partial V}, \quad (3.15)$$

Взяв производную в точке  $V = V_\pi$  и учитывая что  $\delta \ll \omega$ , получим зависимость полуволнового напряжения от параметров резонатора

$$V_\pi = \frac{\pi}{Q_o \delta_E \sqrt{2C_{\text{кол}}}}, \quad (3.16)$$

где  $Q_o$  нагруженная добротность микродиска,  $C_{\text{кол}}$  – емкость кольца в микрополоске (здесь учтено что  $W = CV^2/2$ ). Согласно [106]

$$C_{\text{кол}} = \frac{0.475 L_\alpha (1.41 + e_r)}{60 C_0 \ln \frac{5.98 H}{0.8 w + t}}, \quad (3.17)$$

где  $C_{\text{ring}}$  – емкость полоска,  $L_\alpha = 2\pi R\alpha'$  – длина полоска,  $w$  – ширина полоска,  $t$  – толщина полоска,  $H$  – толщина микродиска,  $e_r$  – диэлектрическая проницаемость микродиска на радиочастотах и  $c_0$  – скорость света.

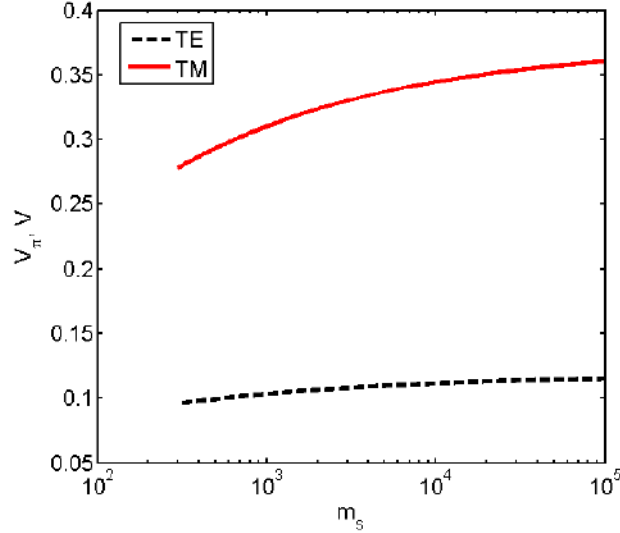


Рисунок 3.7 — Экстраполированные полуволновые напряжения для ТЕ и ТМ мод для  $\alpha = 220^\circ$ .

Подставляя все параметры в (3.16), и полагая что эффективность связи  $\eta \approx 40\%$  ( $Q_{\text{опт}} = 10^7$ ,  $e_r = 31$ ,  $Q_{rf} = 50$ ), получаем полуволновое напряжение для ТЕ и ТМ поляризации в зависимости от МШГ азимутального числа. Рис. 3.7 показывает экстраполяцию  $V_{\pi} = am_s^{-1/3} + b$  до  $m_s = 10^5$  для ТЕ и ТМ оптических мод при длине микрополоска  $220^\circ$ . Величина  $V_{\pi}=120$  мВ и 370 мВ для ТЕ и ТМ поляризации при  $m_s = 10^5$ , соответственно.

### 3.5 Эксперимент по созданию модулятора на основе ниобата лития

Как было описано выше, есть три режима работы модулятора. Режим модуляции на частоте межмодового интервала микрорезонатора был продемонстрирован в работах [12;15]. В данной работе модуляция проводилась на низких частотах внутри оптической моды (первый режим). Ширина полосы модуляции в данном режиме определяется добротностью моды и для диапазона модуляции 200–900 МГц составляет  $10^5 - 10^6$ . Эксперименты по созданию электрооптического модулятора проводились для различных геометрических конфигураций микрорезонаторов из ниобата лития  $\text{LiNbO}_3$ , с напыленным верхним слоем металла (смесь золота и хрома), толщиной  $\sim 3$  мкм. Диаметры микрорезонаторов были в диапазонах  $D = 1 - 4.5$  мм и толщина изменялась в диапазоне от 100–500 мкм. Выбор материала осуществлялся с учетом того, что ниобат обладает са-

мым большим ЭО коэффициентом ( $r_{33} = 31$  В/м) среди дешевых и доступных ЭО материалов.

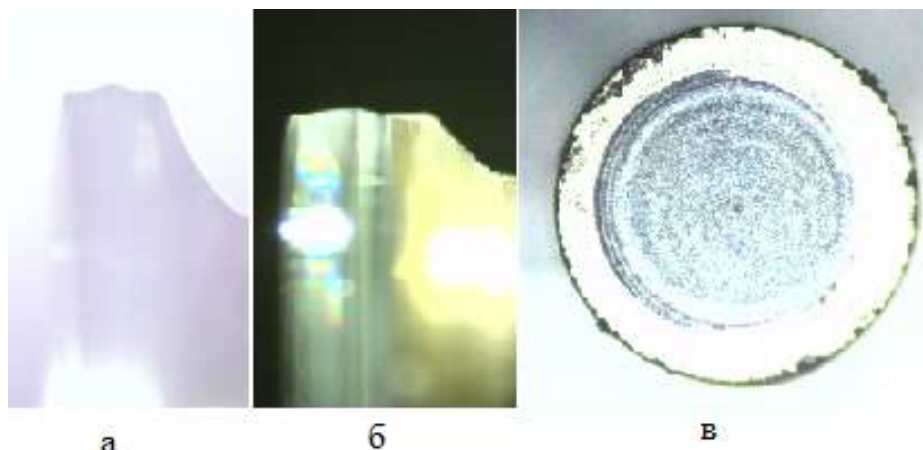


Рисунок 3.8 — Резонаторы из ниобата лития с формой боковой поверхности в виде: а) ступеньки б) «закругления» в) вид сверху на резонатор.

Производство микрорезонаторов осуществлялось на станке прецизионного точения ЧПУ DAC ALM Lathe. Помимо вытачивания микрорезонатора, на станке также выполнялось вытачивание металлического колечка из верхней напыленной поверхности. После изготовления резонаторы полировались алмазными суспензиями с различным зерном от 4 мкм до 0.03 мкм. В экспериментах использовались резонаторы с разной формой боковой поверхности. На рис. 3.8 изображен микрорезонатор с формой боковой в виде «ступеньки» размером от 50 – 100 мкм и таким же радиусом закругления. Диаметр резонаторов 1 мм, а толщина 100 мкм. Также рисунок иллюстрирует металлическое СВЧ колечко, выточенное из напыленного слоя металла. Для большей чувствительности выгодно использовать микрорезонаторы как можно тоньше, т.к. в данном случае напряженность СВЧ поля будет увеличиваться  $U \sim E_{RF}/d$ , где  $d$  – толщина МШГ.

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 3.9. Связь с резонатором осуществлялась через рутиловую призму ( $n = 2.7$ ). Одночастотный перестраиваемый лазер с волоконным выходом ( $\lambda = 1550$  нм) при помощи коллиматора ( $f = 18.5$  мм,  $NA = 0.16$ ) и асферической линзы ( $f = 8$  мм,  $NA = 0.5$ ) фокусировался на внутреннюю поверхность прямоугольной призмы. Микрорезонатор подводился к пятну фокусировки до касания и далее отводился на расстояние  $< 1$  мкм для достижения оптимальной связи. За счет нарушения полного внутреннего отражения излучение входило в микрорезонатор с

максимальной эффективностью 40%. Затем, аналогично, линзой и коллиматором свет заводится в волокно и отправляется в фотодетектор.

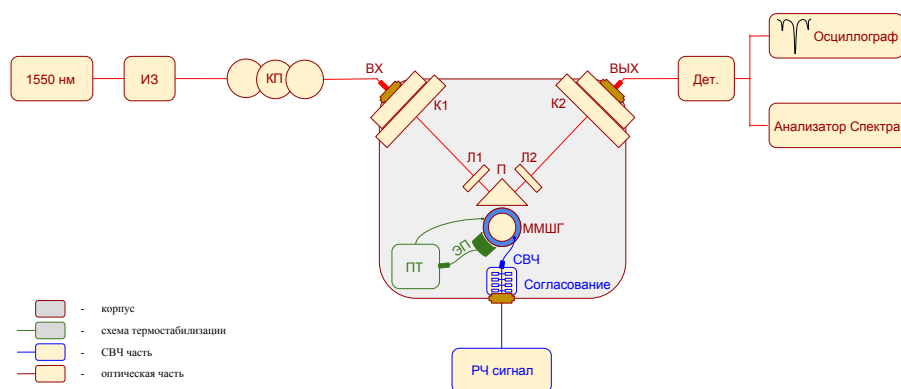


Рисунок 3.9 — Схема эксперимента. ИЗ – изолятор; КП – контроллер поляризации; ВХ – волоконный вход; ВЫХ – волоконный выход; К1,К2 – коллиматоры; Л1,Л2 – асферические линзы; П – призма; Дет. – высокочастотный детектор; ЭП – элемент Пельтье; ПТ – плата для активной стабилизации. Фотография коробочки ЭОМ модулятора размерами  $150 \times 100 \times 80$  мм, диапазоном модуляции [200:900] МГц и  $V_{\pi} = 0.5$  В.

Макет ЭОМ модулятора на основе МШГ из ниобата лития был собран в виде устройства с размерами  $150 \times 100 \times 80$  мм. Фотография готового модулятора показана на фотографии 3.9. На фотографии ЭОМ модулятора, излучение волоконного лазера через коллиматор и градиентную линзу фокусируется на внутреннюю грань призмы, выходящее излучение таким же образом заводится в волокно. К напыленному металлическому колечку подводится СВЧ кабель, на который подается СВЧ сигнал. Характеристики созданного модулятора в точности совпадают с экспериментальными результатами, описанными ниже.

Для оптимальной связи, лазерное излучение должно под правильным углом вводиться в призму. Это необходимо для выполнения условия полного внутреннего отражения. Общая формула для вычисления угла имеет следующий вид [107]:

$$\phi = \text{asin} \left( \frac{n_{\text{призма}}}{n_{\text{воздух}}} \sin \left( \left( \text{asin} \left( \frac{n_{\text{рез}}}{n_{\text{призма}}} \right) - \frac{\pi}{2} \right) \right) \right) / 2, \quad (3.18)$$

где  $n_{\text{рез}} = 2.28$  – показатель преломления  $\text{LiNbO}_3$  и  $n_{\text{призма}} = 2.7$  – показатель преломления рутиловой призмы. Подставив все данные в формулу (3.18), получаем, что угол ввода в призму должен составлять порядка  $13^\circ$ . Ошибка в определении угла, не влияющая на связь, может составлять несколько градусов.

Подача СВЧ излучения на металлическое колечко осуществлялась при помощи СВЧ генератора и схемы согласования, чтобы избежать нежелательных отражений на концах длиной линии. Схема согласования выбирается из условий выбора необходимого диапазона частот. Ёмкость микрорезонатора оценивается по формуле [108]:

$$C_{\text{МШГ}} = \frac{2\pi R_{r,f} w \epsilon_0 \epsilon (1 - i\delta_\epsilon)}{H}, \quad (3.19)$$

где  $R_{r,f}$ —радиус микрополоска,  $H$ —толщина микрорезонатора,  $w$ —ширина микрополоска,  $\delta_\epsilon$ —тангенс угла диэлектрических потерь материала резонатора. Для ниобата лития  $\delta_\epsilon \approx 0.1$ . Однако, данная формула может быть неточной из-за наличия прослойки клея между резонатором и подставкой. Поэтому для определения  $C_{wgm}$  рекомендуется провести прямое измерение.

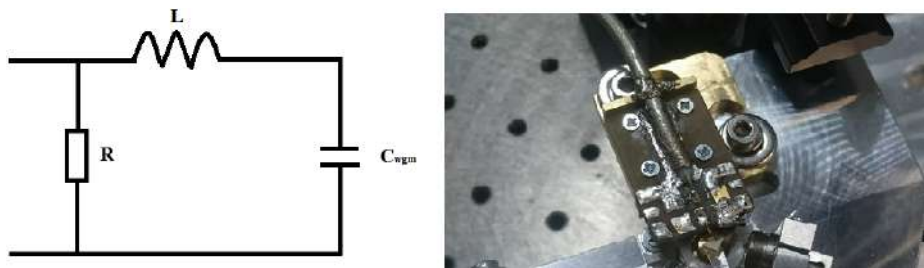


Рисунок 3.10 — Схема согласования СВЧ. Ёмкость  $C_{wgm}$  представляет ММШГ. Справа фотография получившейся схемы.

На рис. 3.10 приведена простейшая универсальная схема. Индуктивность подбирается исходя из того, где должен быть резонанс схемы. Так как необходимо увеличить напряжение на резонаторе на высоких частотах, для компенсации нелинейности частотной характеристики модуляции, она выбирается вблизи верхней границы частотного диапазона.

$$L = \frac{1}{C_{\text{МШГ}} (2\pi f)^2}, \quad (3.20)$$

В данной формуле не следует учитывать мнимую часть ёмкости. Так как ёмкость  $C_{\text{МШГ}}$  достаточно мала (1.2 пф), необходимое согласующее сопротивление обычно оказывается порядка волнового сопротивления длинной линии  $R \approx 50$  Ом. Индуктивность была изготовлена из двух витков позолоченной проволоки. Оптимальное значение легко подбиралось путем деформации витков и составляло несколько Генри.

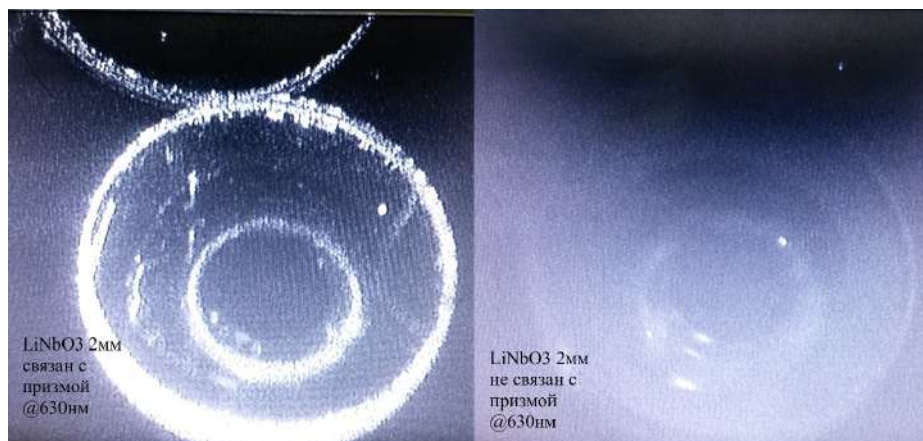


Рисунок 3.11 — Призменный ввод лазерного излучения в микрорезонатор на длине волны 630 нм (виден микрорезонатор и часть его отражения от поверхности призмы): слева – при наличии связи, справа – при отсутствии связи.

Фотография на рис. 3.11 показывает связь с микрорезонатором при помощи призмы. Фото слева указывает на то, что резонатор связан, это показывает яркое свечение по окружности резонатора. Если его отвести от призмы связь пропадает, это иллюстрирует фотография справа. Связь получена на видимом свете (630 нм).

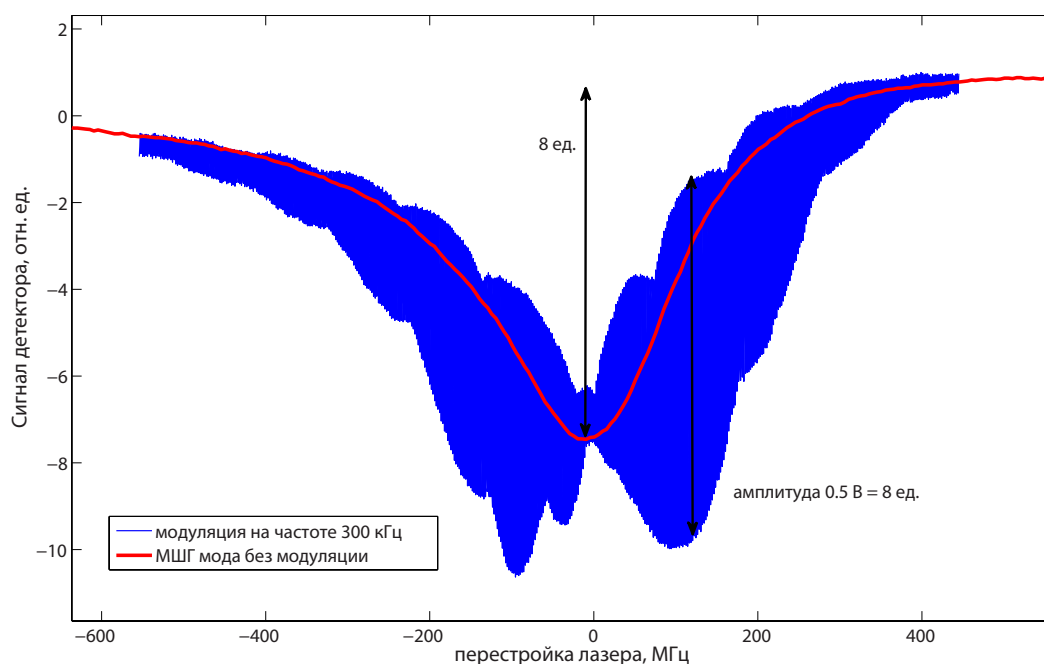


Рисунок 3.12 — МШГ мода при перестройке частоты лазера. Красная кривая—резонанс без модуляции. Синяя кривая—резонанс при подаче низкочастотной модуляции 300 кГц. Амплитуда модулируемого сигнала соответствует  $V_{\pi} = 0.5$  В.

Когда получена связь с микрорезонатором при перестройке лазера наблюдается резонансная МШГ мода рис. 3.12 (красная кривая). Добротность моды составила  $\sim 10^5$ , и измерялась путем калибровки перестройки лазера кольцевым волоконным резонатором с известным межмодовым интервалом.

Основная характеристика модулятора – полуволновое напряжение. Полуволновое напряжение – статический параметр. Для модулятора на основе интерферометра Маха-Цендера – это такое напряжение, при котором фаза волны, прошедшей через электрооптическую среду изменится на  $\pi$  по отношению к фазе при отсутствии напряжения. В случае сложной резонансной СВЧ части полуволновое напряжение становится некоторой абстракцией, так как профиль напряжений между различными точками может быть достаточно сложным. Приближенная формула для оценки величины полуволнового напряжения в МШГ модуляторах вычисляется по формуле (3.16).

Таким образом, при приложении полуволнового напряжения на модулятор, он должен с режима «открыт» перейти в режим «закрыт» (т.е. сдвиг фазы на  $\pi$ ). В нашем случае, измерение  $V_{\pi}$  представлено на рисунке 3.12. МШГ мода резонатора до приложения внешнего РЧ поля показана красным цветом. После приложения РЧ поля с частотой 300 кГц и амплитудой 0.5 В происходит низкочастотное модулирование оптического сигнала. В частности, на МШГ моде появляется низкочастотный сигнал модуляции (в нашем случае синусоидальный закон с частотой 300 кГц). Сигнал модуляции характеризует амплитудную модуляцию оптической несущей. Напряжение РЧ сигнала, при котором амплитуда модулирующего сигнала равна глубине провала МШГ моды – определяет величину полуволнового напряжения. Таким образом, полученное полуволновое напряжению модулятора на основе МШГ составило 0.5 В.

Для обеспечения устойчивой работы модулятора в течение длительного времени и уменьшения дрейфа его частоты был реализован метод активной стабилизации по амплитуде выходящей мощности, а также стабилизация температуры. Изменение температуры резонатора производилось при помощи элемента Пельтье, установленного под медной ножкой – основанием, на которой закреплялся микрорезонатор. Теплоотводом служила нижняя часть основания устройства. Полупроводниковый датчик температуры устанавливался непосредственно на ножку микрорезонатора и использовался для контроля и работы цепи обратной связи. Блок управления температурой был собран на плате (ПТ) и обеспечивал возможность установки температуры в диапазоне  $+10 \dots +50$  °С, контроль температуры (с помощью внешнего вольтметра), поддержание установленной температуры с точностью не хуже  $\pm 0.1$  °С.



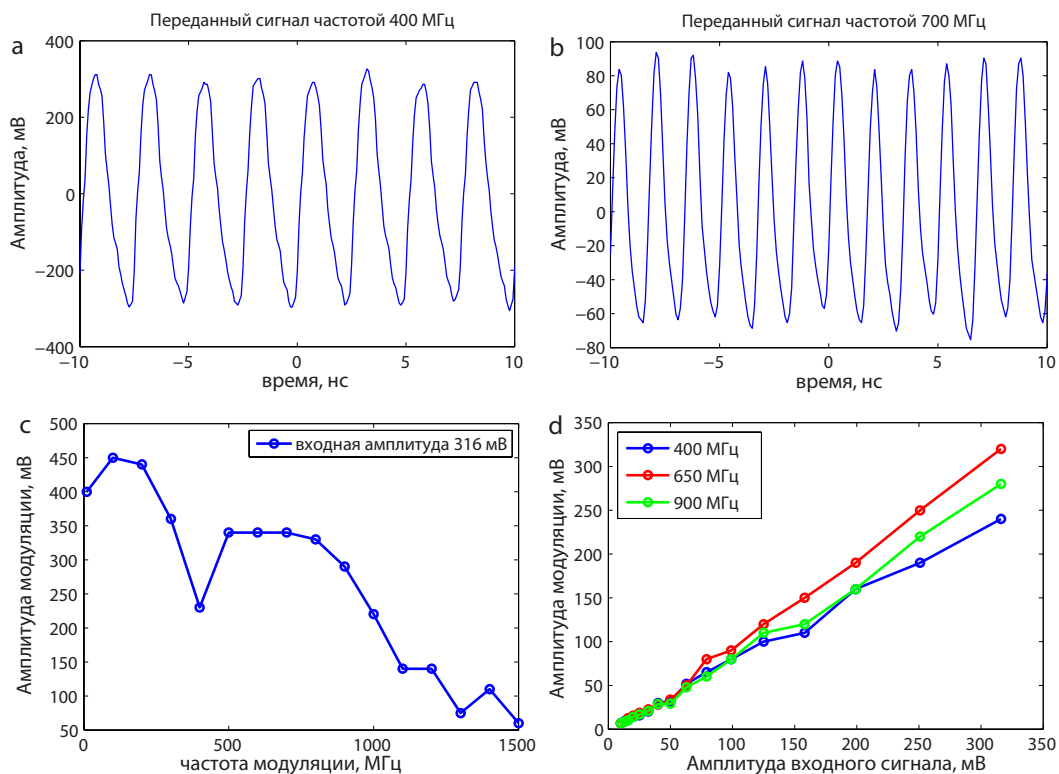


Рисунок 3.13 — **a**: переданный синусоидальный сигнал на частотах 400 МГц; **b**: 700 МГц; **c**: амплитудно-частотная характеристика ЭОМ; **d**: амплитудная характеристика ЭОМ на различных частотах из рабочего диапазона;

При подаче на модулятор РЧ сигнала на более высоких частотах наблюдается синусоидальный сигнал с определенной частотой, соответствующей частоте исходного сигнала с РЧ генератора. На рис. 3.13 [а–б] приведены сигналы с модуляцией на частотах 400 МГц и 700 МГц. Амплитудно-частотная характеристика ЭОМ представлена на рис. 3.13(в). При входной амплитуде модулирующего сигнала 316 мВ (0 дБм) на выходе в диапазоне от нескольких десятков мегагерц до 1.5 ГГц наблюдается модуляция с различной эффективностью преобразования (соотношение сигнал/шум составило 30 мВ). Рис. 3.13(г) иллюстрирует амплитуду модуляции в зависимости от входной амплитуды для различных значений передаваемой частоты. Передаточная характеристика модулятора является практически линейной в рабочей полосе частот. Максимальная мощность 0 дБм ограничена РЧ генератором.

На рис. 3.14 представлена амплитудно-частотная характеристика ЭОМ, т.е. эффективность модуляции в зависимости от частоты входного СВЧ-сигнала. Видно, что полоса ЭОМ работает в диапазоне частот от десятков МГц до 1 ГГц. Т.к. в микрорезонаторе возбуждается много различных семейств мод, то выбор различных мод происходит при помощи изменения длины волны ис-

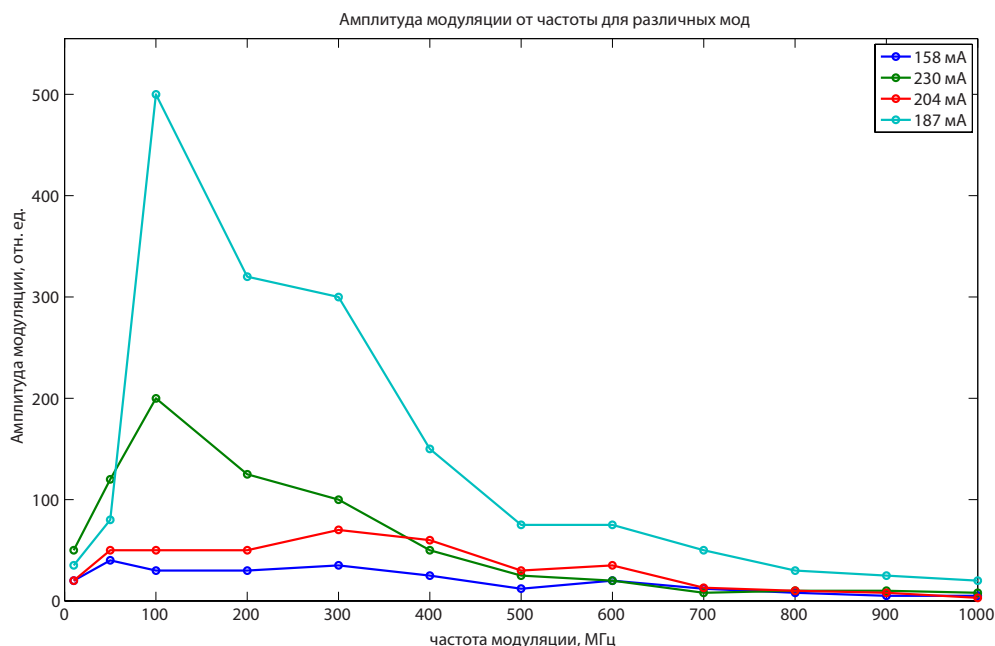


Рисунок 3.14 — Амплитуда модуляции в зависимости от частоты модуляции для различных оптических мод.

пользуемого перестраиваемого диодного лазера (1550 нм, волоконный). Следует отметить, что глубина моды определяет амплитуду модуляции, т.е. отношение сигнал/шум ЭОМ. А ширина моды, т.е. добротность моды, определяет крутизну амплитудной характеристики модулятора, которая влияет на чувствительность ЭОМ, а также на частотную полосу устройства. Поэтому выбор рабочей длины волны лазера производится с учетом трех этих факторов. Так, например, для оптической моды с током  $I = 187$  мА наблюдается высокая амплитуда модуляции на низких частотах, но полоса модуляции уже, чем для моды  $I = 204$  мА.

### 3.6 Выводы к главе 3

В главе представлена краткая теория электрооптического взаимодействия в ниобате лития. Проведен численный расчет электрооптического взаимодействия в микрорезонаторе из ниобата лития. Исследована оптимальная длина СВЧ колечка для наибольшего перекрытия СВЧ и оптических мод. Также представлены результаты создания ЭОМ модулятора на базе микрорезонатора с полуволновым напряжением  $V_{\pi}=0.5$  В, диапазоном модуляции [200-900] МГц и минимально детектируемым напряжением 30 мВ.

## Глава 4. Генерация двойной оптической гребенки на основе диссипативных керровских солитонов в МШГ резонаторах

В последнее время генерация двойных керровских гребенок для спектроскопии была продемонстрирована с использованием пары оптических микрорезонаторов [6; 109]. В работе [109] источник гребенок состоял из двух интегральных микрочипов с немного разными радиусами, независимо связанными с одним и тем же волноводом. Интегрированные микронагреватели использовались для точной настройки резонансных частот обоих резонаторов для генерации оптических гребенок с использованием одного лазера в качестве источника накачки. В методе двойной гребенки разность межмодовых интервалов резонаторов  $\delta f$  между двумя генерируемыми гребенками определяет время обновления интерферограммы  $\sim 1/\delta f$  и, следовательно, отношение сигнал/шум спектра радиочастот [40]. Хорошо подобранные резонаторы, имеющие маленькую разницу межмодовых интервалов, обеспечивают понижающее преобразование оптического спектра в радиочастотный диапазон с коэффициентом преобразования  $\sim \delta f/f_{FSR}$  и позволяют проводить измерения с использованием низкочастотного детектора в СВЧ области. Тем не менее, сложно минимизировать разницу межмодовых интервалов из-за требования субмикронной точности производства микрорезонаторов. В работе [6] совпадение спектрального диапазона двух кварцевых резонаторов реализовано путем точного литографического контроля при изготовлении химически протравленных клиновидных резонаторов и использования нагревателей.

Абсорбционная спектроскопия с высоким разрешением в области среднего ИК диапазона при помощи двойной частотной гребенки уже была экспериментально продемонстрирована с компактными квантово-каскадными лазерами ( $\lambda \sim 7$  мкм) [110; 111], работающими в режиме генерации гребенки. Поскольку гребенки квантово-каскадных лазеров ограничены средним ИК диапазоном, а ширина таких гребенок невелика, гребенки, полученные при помощи микрорезонаторов, являются хорошей альтернативой. Генерация ДКС на основе высокочастотных микрорезонаторов позволяет реализовать прецизионный метод спектроскопии на основе двойной частотной гребенки в гораздо более компактном варианте.

В данном разделе представлено несколько компактных источников двух гребенок на основе ДКС в микрорезонаторах из  $\text{MgF}_2$  накачиваемых непрерывными лазерами. Показано, что резонаторы с почти одинаковым межмодовым интервалом могут быть изготовлены на той же кристаллической заготовке. Данная методика позволяет получить разницу межмодовых интервалов всего в 1.62 МГц. Также представлена методика генерации двойной гребенки в одном микрорезонаторе на разных семействах мод, что позволило преобразовать 4 ТГц из оптической области в 200 МГц радиодиапазона с разницей межмодовых частот 655 кГц. Также численно и экспериментально показано, что медленная перестройка частоты лазера накачки в сочетании с фазовой или амплитудной модуляцией на частоте межмодового интервала микрорезонатора, обеспечивает переход в односолитонное состояние.

#### 4.1 Генерация ДКС в микрорезонаторах

ДКС соответствуют низкошумящей частотной гребенке, имеющей гладкую огибающую в спектральной области [3; 32; 34; 112–118]. Подробная теория генерации солитонов в микрорезонаторах представлена в работе [3]. Частотные гребенки образуются при накачке МШГ моды непрерывным лазером, в материале с аномальной дисперсией, за счет многих нелинейных процессов, начинающихся с гиперпараметрической генерации линий гребенки на симметричных соседних модах с последующим четырехволновым взаимодействием всех мод друг с другом [119]. При этом возможен процесс перехода оптической гребенки в режим синхронизации мод [120], когда частотные расстояния между модами гребенки выравниваются и стабилизируются. Получающиеся оптические спектры при накачке могут содержать сотни и тысячи линий с периодом повторения, соответствующим межмодовому интервалу, перекрывающих оптический диапазон в сотни нанометров.

Демонстрация частотных гребенок с гладким спектральным профилем получена путем генерации ДКС в микрорезонаторах [3]. Суть метода заключается в следующем, если посмотреть на профиль нелинейной МШГ моды при перестройке лазера рис. 4.1, то можно увидеть несколько областей. При движении

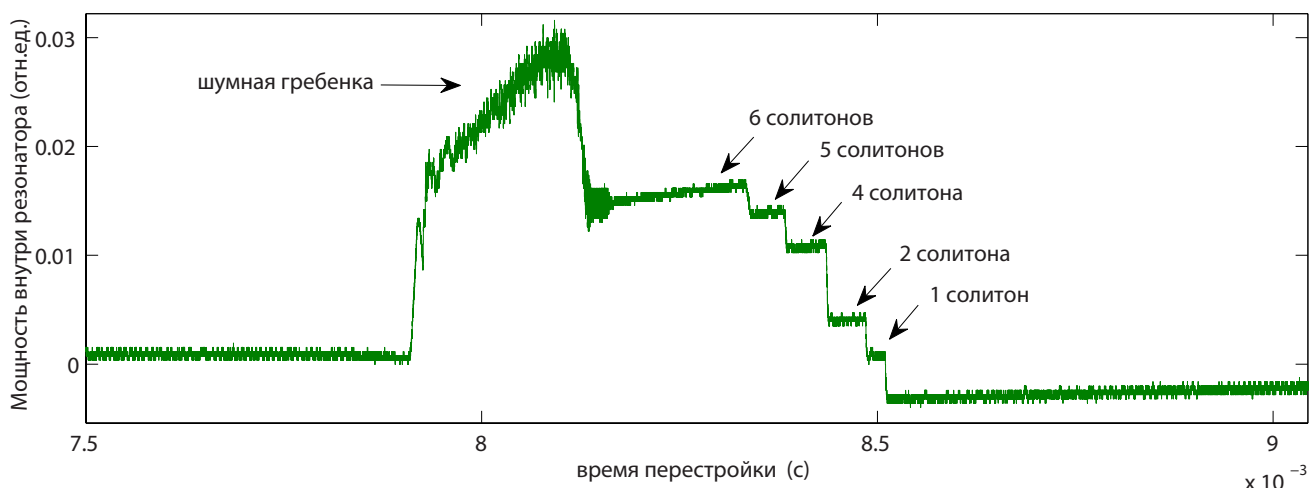


Рисунок 4.1 — Вид резонансной МШГ моды при перестройке частоты лазера. Стрелки указывают на области существования шумной гребенки и солитонных состояний.

слева направо (уменьшение частоты) по резонансу сначала возникает область термонелинейности, на ней и начинает зарождаться шумная гребенка с произвольными фазовыми соотношениями между линиями. Далее нелинейность резко вырождается в ступенчатый вид, что показывает существование ДКС на МШГ моде. Причем высота ступенек четко характеризует число солитонов, "живущих" на данном уровне [3]. Расстояние или мощность между уровнями ступенек одинаковая (поэтому в спектре отсутствует состояние с 3-мя солитонами). При настройке накачки лазера на соответствующую ступеньку оптический спектр будет иметь разную огибающую в зависимости от числа солитонов.

Рис.4.2 иллюстрирует что происходит на оптическом спектроанализаторе при движении по резонансной моде. При отстройке частоты накачки лазера слева направо сначала возбуждается шумная гребенка, ее спектр показан на рис. 4.2(a). Спектр гребенки довольно шумный и отсутствует какая-либо огибающая. Биения линий гребенки на частоте межмодового интервала микрорезонатора (рис. 4.2(e)) имеют довольно широкую линию порядка 3–5 МГц, что характеризует некогерентное состояние линий гребенок. Далее происходит настройка на режимы (ступеньки) с различным количеством солитонов. На рис. 4.2(b–d) изображены оптические спектры 1,2,4 солитонных состояний, которые уже имеют характерную огибающую в виде  $\text{sech}^2(x)$ . Односолитонный спектр имеет гладкую огибающую, а у спектров с большим числом солитонов менее гладкая огибающая которая описывается формулой (4.1). Биения линий гребенок, с различным числом солитонов, в СВЧ области на частоте межмодового

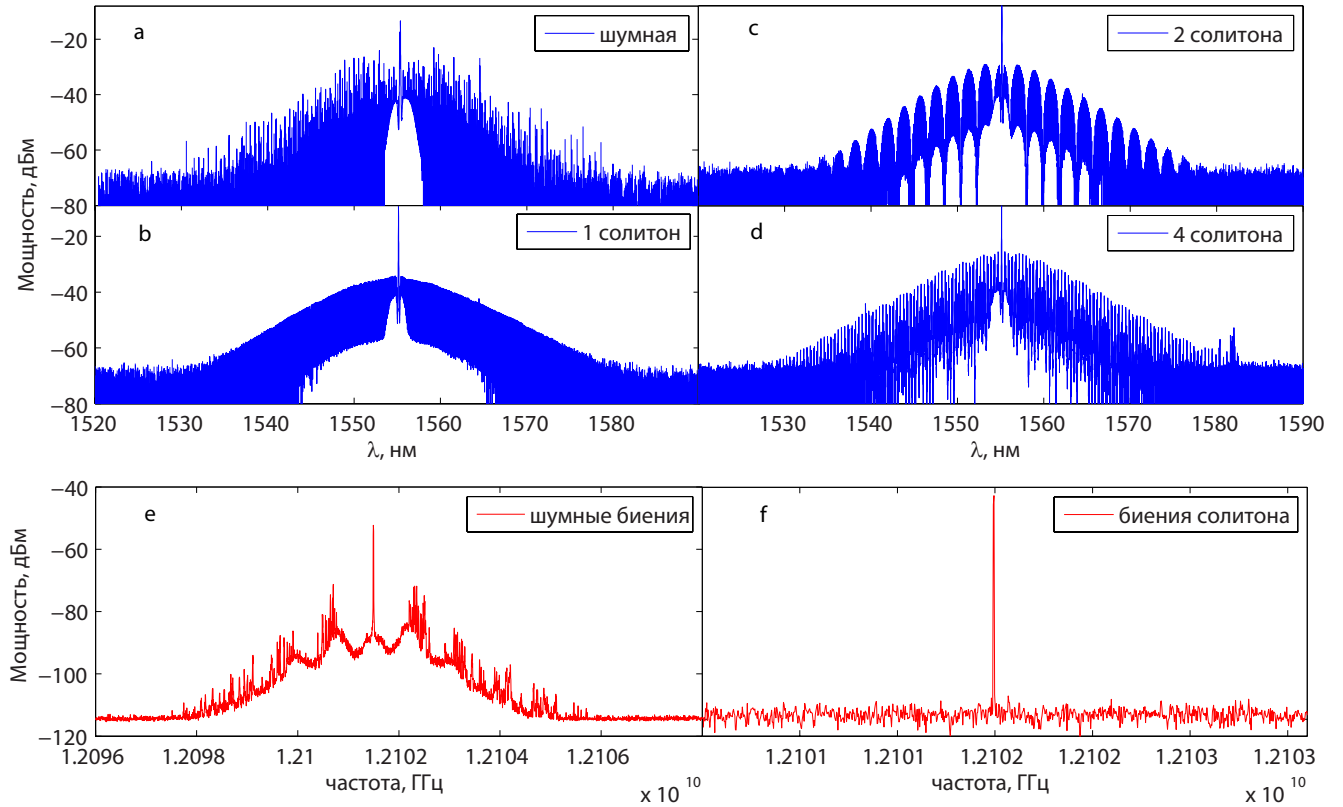


Рисунок 4.2 — (а): Оптический спектр шумной гребенки. (b): оптический спектр когерентной односолитонной гребенки с межмодовым расстоянием 12.1 ГГц; (с): оптический спектр двухсолитонной гребенки; (d): оптический спектр четырехсолитонной гребенки; (e): биения на частоте межмодового интервала шумной гребенки (а); (f): биения на частоте межмодового интервала когерентной солитонной гребенки (b–d).

интервала микрорезонатора (рис.4.2(f)) имеют одну узкую линию  $< 1$  кГц и свидетельствуют о высокой когерентности линии гребенок между собой.

Анализ уравнения Луджиато–Лефевра описывающего эволюцию распределения поля в микрорезонаторе позволило найти солитонное решение [3] для различных режимов генерации гребенок, которое в точности воспроизводит экспериментальные результаты. Решение имеет следующий вид:

$$\Psi(\phi) = C_1 + C_2 \sum_{j=1}^N \operatorname{sech}\left(\sqrt{\frac{\omega_0 - \omega_p}{D_2}}(\phi - \phi_j)\right), \quad (4.1)$$

где  $\Psi$  комплексная амплитуда поля,  $\phi$  - угловая координата внутри резонатора,  $\phi_j$  - угловая координата максимума  $j$ -го солитона,  $\omega_0$  - частота накачиваемой моды,  $\omega_p$  - частота лазера накачки, а  $N$  - число солитонов.  $D_2$  - коэффициент дисперсии второго порядка. Комплексные константы  $C_1$  и  $C_2$  полностью опре-

деляются параметрами резонатора и условиями накачки. Уравнение (4.1) полностью описывает распределение поля для различного числа солитонов. Также было показано, что в солитонном режиме ширина гребёнки может быть определена как

$$\Delta\omega = -\frac{D_1}{\pi} \sqrt{\frac{D_2}{2(\omega_0 - \omega_p)}}, \quad (4.2)$$

где  $\omega_0$  – частота накачиваемой моды,  $\omega_p$  – частота лазера накачки,  $D_1$ –межмодовый интервал. То есть увеличивая остроту от частоты накачки можно уширять спектр солитона.

Таким образом, появление соответствующих ступенек на МШГ моде характеризует наличие солитонов в спектре генерации гребенок. Число возбуждаемых при этом солитонов не является постоянным, а может меняться от реализации к реализации. Для практического применения наиболее интересным является односолитонный режим генерации, так как он характеризует гладкую огибающую в оптическом спектре, необходимую для приложений спектроскопии.

#### 4.2 Двойная оптическая гребенка в двух микрорезонаторах с близкими межмодовыми частотами

Для высокой разрешающей способности двойная гребенка должна перекрывать анализируемый спектральный диапазон. Межмодовой интервал одной гребенки должно быть отстроен от межмодового интервала другой на величину, позволяющую при гетеродинировании этих гребенок конвертировать оптические частоты в радиодиапазон с необходимой плотностью линий и обеспечить нужную ширину спектральной области для анализа.

Для одновременной генерации нескольких оптических гребенок с близкими межмодовыми интервалами, была разработана оригинальная структура, состоящая из нескольких геометрически идентичных микрорезонаторов из фторида магния ( $\text{MgF}_2$ ), выточенных на одном цилиндре. Как показано на рис. 4.3, структура состоит из 5 одинаковых выступов с радиусом закругления 35 мкм и

диаметром 5.68 мм соответствующему межмодовой частоте  $\sim 12.1$  ГГц. Расстояние между соседними выступами 140 мкм. Данная структура была изготовлена методом односточечного алмазного точения [81], используя высокоточный прецизионный станок алмазного точения (DAS ALM, точность 20 нм).

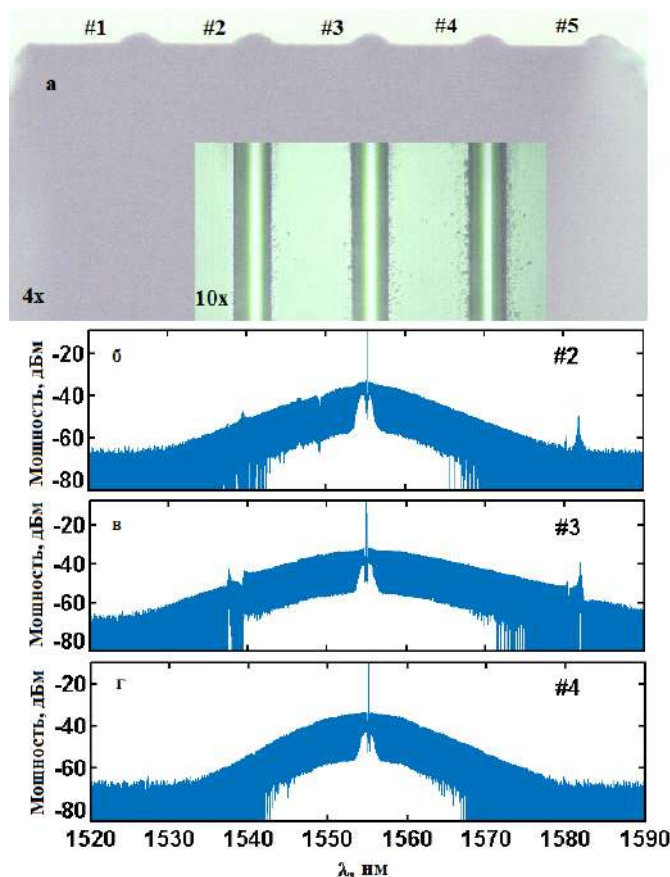


Рисунок 4.3 — (а): Вид МШГ резонаторов на одном кристаллическом стержне с диаметром 5.68 мм, малым диаметром 35 мкм, расстоянием между соседними выступами 140 мкм. Вставка показывает 3 неотполированных выступа (#2 - #4), в которых наблюдались солитоны, после точения алмазным резцом. (б-г): оптические односолитонные спектры различных резонаторов (#2 - #4). Ширина солитонной оптической гребенки составляла 30 – 65 нм с межмодовым расстоянием 12.1 ГГц.

Добротность после производства микрорезонаторов составляла примерно  $10^6$ . Высокая добротность  $10^9$  была достигнута путем последовательного полирования микрорезонатора алмазными суспензиями с различными размерами зерна [121]. Чтобы сохранить исходную точность изготовления, алмазные суспензии наносились на безворсовые салфетки, которые подносились с одним и тем же давлением для трех центральных выступов одновременно (резонаторы 2 – 4 в рис. 4.3 (а)). В результате тонкой полировки разница между межмодовыми частотами нескольких выступов была ниже 10 МГц, что указывает на разность радиусов на уровне 0.5–1 мкм. После полировки суспензией с наименьшим размером зерна нагруженные добротности трех микрорезонаторов были



$\sim 10^9$ . Добротности других выступов, менее подверженных процедуре полировки, составляли  $10^8$  и ниже.

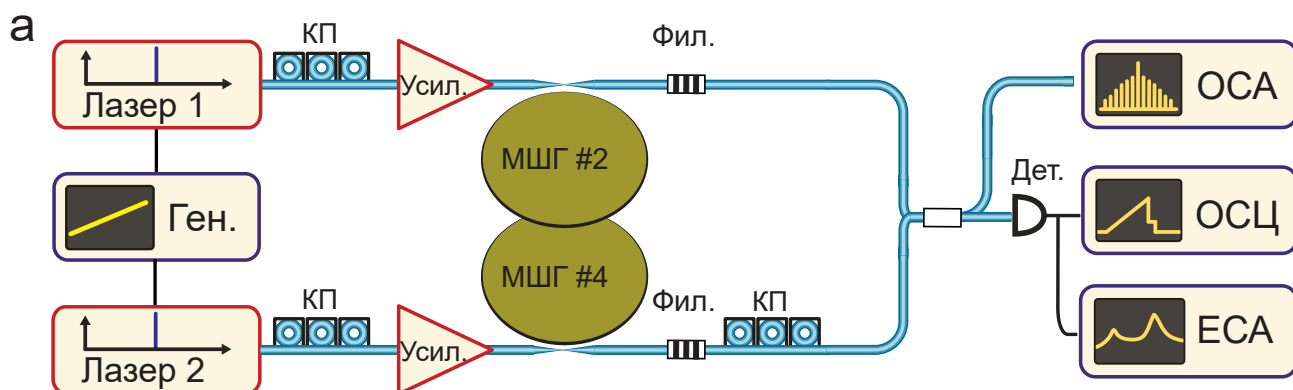


Рисунок 4.4 — Экспериментальная установка для генерации двойной гребенки и последующего гетеродинирования в РЧ область из выступов #2 и #4. Лазер 1/2: непрерывный лазер с узкой шириной линии; Усил.: волоконный усилитель, легированный эрбием; Ген.: генератор произвольных функций; КП: контроллер поляризации; Фил.: брэгговская решетка; Дет.: фотодетектор; ЕСА: анализатор электрического спектра; ОСА: анализатор оптического спектра; ОСЦ.: осциллограф.

Схематический вид экспериментальной установки представлен на рис. 4.4. Два непрерывных перестраиваемых волоконных лазера ( $\lambda \sim 1554$  нм) усиливаются и результирующее излучение подается в МШГ резонаторы с помощью растянутых волокон. Каждый лазер и волокно связываются с разными выступами на цилиндре (#2 и #4) с разных сторон. Таким методом возбуждаются солитоны в разных резонаторах с немного отличающимися межмодовыми интервалами. Генератор произвольных импульсов использовался для контроля генерации солитонов в обоих микрорезонаторах путем подстройки длины волны лазера [3]. Контроллер поляризации использовался для оптимизации связи с микрорезонатором. Брэгговская решетка применялась для фильтрации частоты накачки в выходном сигнале. Частоты биений двух солитонов детектировались быстрым детектором (ширина полосы 25 ГГц) и электрическим спектр анализатором (ЕСА). Оптический спектр анализатор (ОСА) записывал спектр гребенки в солитонном режиме с обоих микрорезонаторов. Быстрая перестройка частоты лазера и проходящая через резонаторы мощность включая наличие нелинейностей контролировалось осциллографом.

В структуре с 5-выступами солитонные гребенки наблюдались в трех разных соседних микрорезонаторах. Ширина спектров оптических солитонов, показанных на рис. 4.3, покрывала 30–65 нм с центром 1554 нм. Разница между

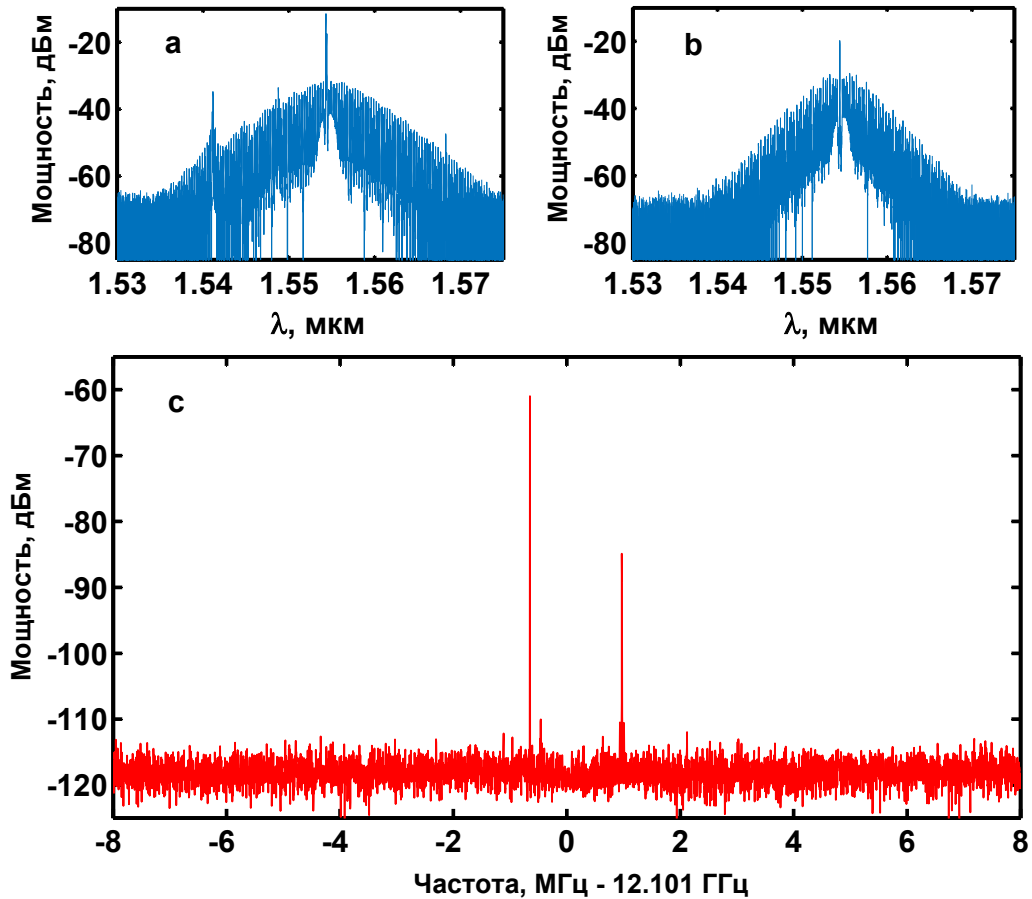


Рисунок 4.5 — (а-б): Оптические мультисолитонные спектры, генерируемые в разных микрорезонаторах #2 и #4; (в): спектр биений состоящий из двух линий многосолитонных состояний в двух микрорезонаторах, используемых для генерации двойной гребенки, разность межмодовых интервалов составляет 1.62 МГц.

длинами волн лазерных накачек, используемыми для возбуждения разных резонаторов, составляла 8.9–30 пм. Два солитонных тракта с разными частотами повторения  $\Delta\text{ОСД} = \text{ОСД}_1 - \text{ОСД}_2 = 1.62$  МГц генерировались одновременно из двух разных выступов кристаллического цилиндра (#2 и #4 см. рис. 4.3 (а)), а затем объединены с использованием разветвителя волокон.

Оптические спектры многосолитонных гребенок в обоих микрорезонаторах показаны на рис.4.5: гребенки на рис.4.5(а)-(б) содержат 350 линий, с межмодовым интервалом 12.1 ГГц и охватывают 35 нм вокруг центральной длины волны  $\lambda = 1554$  нм. Спектр биений на межмодовой частоте в многосолитонных состояниях в обоих резонаторах показан на рис.4.5(с), разность межмодовых интервалов между двумя резонаторами составляет 1.62 МГц, а разность частот лазеров накачки составляет 1.07 ГГц. Преобразование или гетеродинирование из оптического спектра в область РЧ рис. 4.6 приводит к высокочастотной гребенке шириной 300 МГц с центром в 1.07 ГГц, состоящей из 160 линий с ин-

тервалом 1.62 МГц и имеющей спектральную огибающую, эквивалентную оптическим спектрам двух многосолитонных гребенок. Многосолитонное состояние двойной гребенки было кратковременным ( $\sim 30$  секунд), солитонные состояния в каждом резонаторе по отдельности существовали в течение нескольких минут без каких-либо дополнительных методов стабилизации.

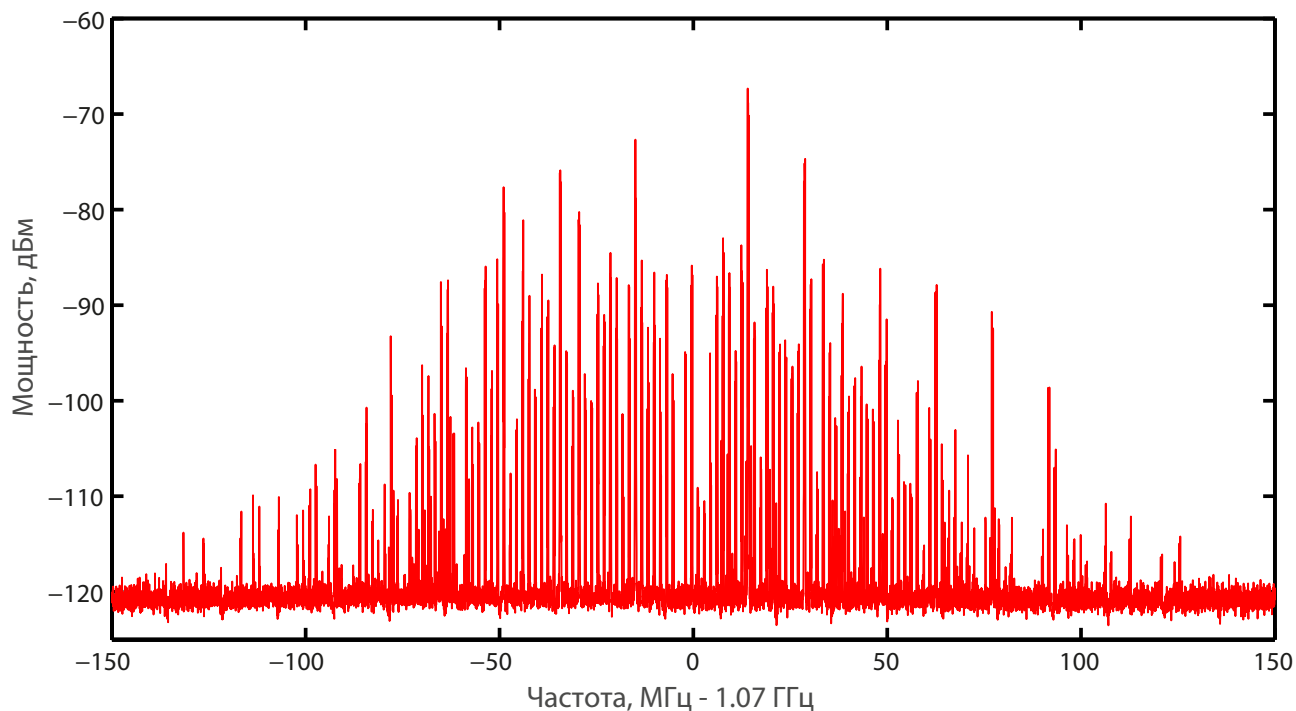


Рисунок 4.6 — Радиочастотный спектр, возникающий в результате гетеродинарирования двух многосолитонных частотных оптических гребенок. Двойная гребенка покрывает 300 МГц на частоте 1.07 ГГц с 160 линиями, разделенными 1.62 МГц.

Короткое время жизни солитонных состояний обусловлено сдвигом частоты резонанса за счет тепловых эффектов, что делает данный метод сложным. Наблюдалось, что возбуждение солитонов в одном резонаторе, приводит к термическому резонансному сдвигу частоты в другом резонаторе, тем самым смещая ее эффективную отстройку из диапазона существования солитона. В результате, много раз получалось возбудить высококогерентное солитонное состояние в одном резонаторе, и шумное состояние в другом (за счет теплового сдвига). Проведен анализ влияния температурных сдвигов на смещение резонансной частоты. Температурные сдвиги частоты во всех 5 микрорезонаторах моделировались с использованием метода конечных элементов используя программное обеспечение Comsol Multiphysics. Геометрия моделируемого резонатора совпадает с фактическим размером изготовленной структуры: цилиндрический стержень  $\text{MgF}_2$  помещается на медный пьедестал, а выступы #2 и #4

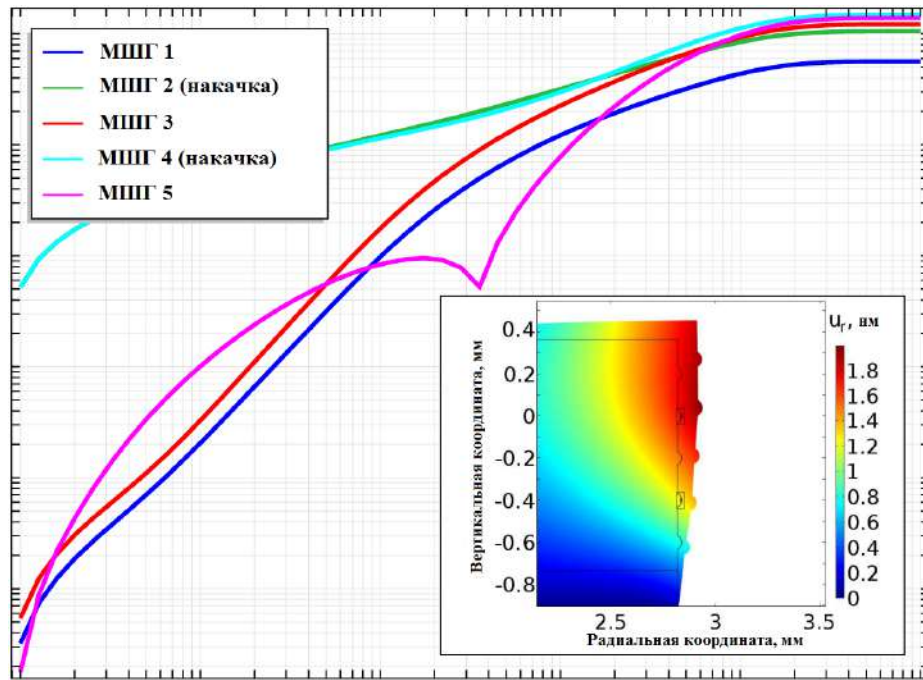


Рисунок 4.7 — Численное моделирование сдвига резонансной частоты, вызванное терморелракцией и тепловым расширением системы из 5-ти резонаторов. Вставка - смещение, вызванное нагревом (увеличение 50000 раз для визуализации) в стационарном режиме.

нагреваются за счет циркулирующей оптической мощности. Предполагается, что характеристическая мощность 50 мВт рассеивается в тепло. Параметры материала были взяты с сайта поставщика (Crystran). Моделировалось изменение температуры и тепловое расширение в системе, предполагая, что источники тепла включены одновременно. Тогда сдвиги частоты получены с использованием простого соотношения

$$\frac{\Delta f}{f} = -\beta \frac{\Delta T}{n} - \frac{u_r}{R}, \quad (4.3)$$

где  $n$  - показатель преломления,  $\Delta T$  - изменение температуры,  $\beta$  - коэффициент тепловой рефракции,  $u_r$  - радиальное смещение границы, вызванное тепловым расширением, а  $R$  - невозмущенный радиус. Рис. 4.7 показывает результирующие резонансные сдвиги частоты в разных микрорезонаторах. На вставке показан результат для теплового расширения в стационарном режиме. Было обнаружено, что механическая часть дает больший эффект, чем терморелракция. Моделирование показало, что накачка одного из резонаторов значительно сдвигает резонансные частоты всех других резонаторов, достигая устойчивого состояния за время порядка 1 с. В эксперименте типичные сдвиги тепловой частоты были 30 – 50 МГц, что хорошо согласуется с результатами численного

моделирования (резонансный сдвиг между полостями #2 и #4 составляет 50 МГц при 1 с). Однако моделирование показывает, что тепловое воздействие может быть значительно уменьшено за счет изготовления выступов, разделенных примерно на 2 мм, или путем добавления теплоотвода как сверху, так и снизу кристаллического цилиндра. Показано также, что сдвиг линейно зависит от внутрирезонаторной мощности. Таким образом, проблемы связанные с термооптическими эффектами, могут быть смягчены, как соответствующей конструкцией, так и активной термостабилизацией.

### 4.3 Двойная оптическая гребенка в одном микрорезонаторе

Генерация двойных оптических гребенок в разных резонаторах с помощью двух одночастотных перестраиваемых несинхронизованных лазеров имеет ряд недостатков: необходимость изготавливать два одинаковых резонатора с высокой добротностью и разницей в диаметрах на уровне единиц микрон; удваивается количество оптических элементов в экспериментальной установке - требуются дополнительные изоляторы, контроллеры поляризации и оптические делители. Также, необходимо стабилизировать температуру обоих резонаторов. Даже при тщательной реализации всего вышеперечисленного нестабильность частоты составляет порядка 50 МГц на временах около 10 с, обусловленную в основном нестабильностью частот лазеров накачки и различными тепловыми флуктуациями двух независимых резонаторов.

Более компактный и стабильный вариант генерации двойной гребенки получается, используя один микрорезонатор. В недавних работах [122; 123] была показана генерация двойной гребенки на одном семействе мод микрорезонатора, при накачке одной и той же моды в разных направлениях и с разной отстройкой. За счет отстройки удавалось изменить межмодовый интервал резонансной моды на несколько десятков килоггерц, и получить двойную гребенку в РЧ области вблизи нулевой частоты. Ниже впервые представлены результаты по генерации двойной гребенки в одном микрорезонаторе на разных семействах МШГ мод с использованием одного лазера.

В микрорезонаторах помимо фундаментальных МШГ всегда существует множество других семейств мод. Все изготовленные в ходе данной работы резонаторы из  $\text{MgF}_2$  были многомодовыми. Общее количество возбуждаемых мод зависит от соотношения радиуса цилиндра к радиусу кривизны боковой поверхности. Так, например, наименьшее количество мод на один межмодовый интервал было в резонаторах диаметром 5.6 мм и радиусом кривизны боковой поверхности 35 мкм, и в резонаторе диаметром 7.5 мм и радиусом кривизны боковой поверхности около 80 мкм. При этом, после тщательной полировки, наблюдалось несколько семейств мод с добротностью порядка  $10^9$ . Пример ска-

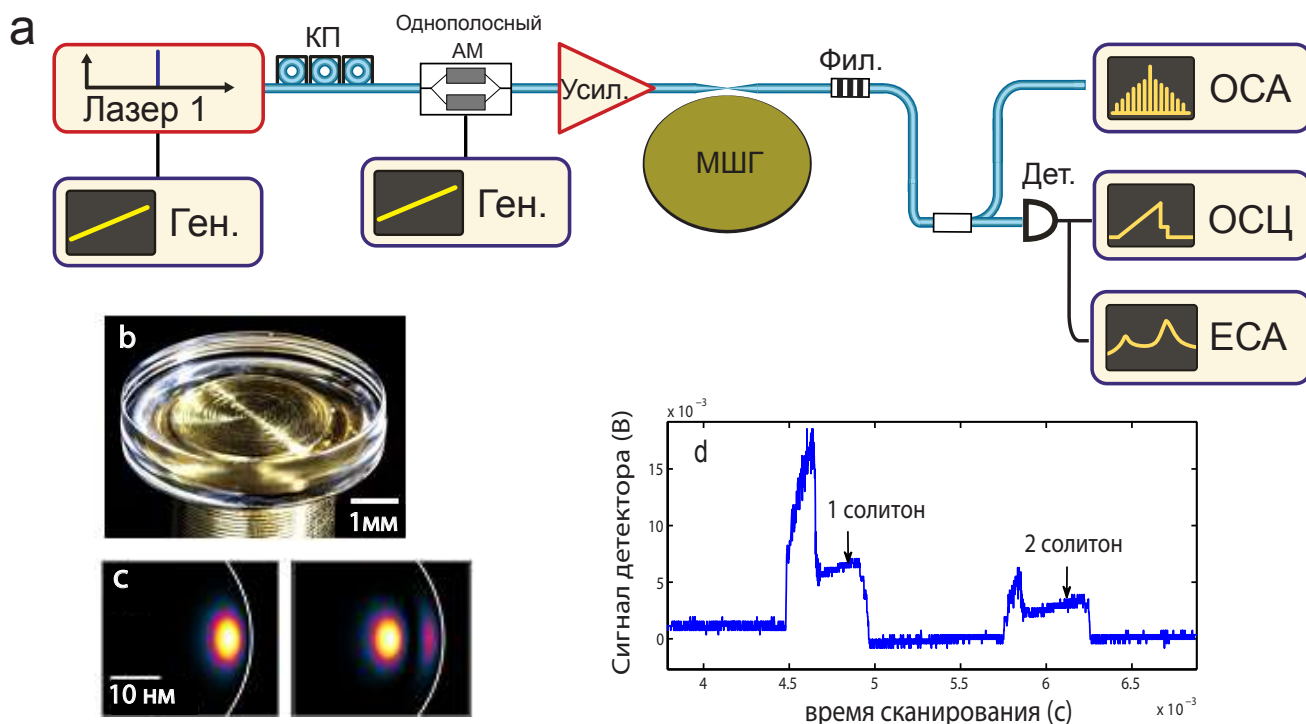


Рисунок 4.8 — (а) Схема экспериментальной установки: Лазер - волоконный перестраиваемый лазер непрерывной мощности, Усил. - эрбиевый волоконный усилитель, Фил. - волоконный Брэгговский фильтр, Дет. - быстрый фотодетектор (до 25 ГГц), ОСА - оптический спектроанализатор, ЕСА - анализатор спектра электрических сигналов, Однополосный АМ – амплитудный модулятор с одной боковой линией; (б) Фотография резонатора  $\text{MgF}_2$  диаметром 5.5 мм, радиус кривизны боковой поверхности 80 мкм; (с) примеры распределения поля внутри МШГ для 2-х разных семейств мод; (д) Две резонансные моды с характерными солитонными ступеньками в одном микрорезонаторе при перестройке лазера.

нирования широко перестраиваемым лазером нескольких гребеночных мод в одном резонаторе из  $\text{MgF}_2$  приведен на рис. 4.8(d), видно возбуждение гребенок на двух семействах мод, с характерными солитонными ступеньками. Резонатор имел диаметр около 5.5 мм и радиус кривизны боковой поверхности 80 мкм (рис. 4.8(b)). Рис. 4.8(c) иллюстрирует распределение поля МШГ для различ-

ных семейств. Численное моделирование проведено для геометрии резонатора, использующегося в эксперименте.

Схема эксперимента по одновременной генерации солитонов на разных семействах мод представлена на рис.4.8(а). Одно семейство мод накачивалось непосредственно лазером, а другое семейство боковой линией амплитудной модуляции этого лазера. Использовался амплитудный модулятор с 1 боковой линией, сигналы от которых усиливались в эрбиевом волоконном усилителе. Модулятор с одной боковой линией преобразует до 50% энергии накачки в боковую частоту, что необходимо для выравнивая мощностей накачек обеих мод. Связь с резонатором осуществлялась через растянутое волокно. Сигнал на выходе системы проходил через волоконный брэгговский фильтр для подавления мощного сигнала накачки и анализировался на оптическом спектроанализаторе и быстром фотодиоде с помощью электрического анализатора спектров. Частота сигнала, подаваемого на модулятор выбиралась так, чтобы на картине сигнала генерируемого света, ступеньки от двух нелинейных резонансов совпадали, их пересечение является областью одновременного существования солитонов и соответственно двойной гребенки. Далее использовалась стандартная техника настройки на солитонный режим, когда подается однократный пилообразный сигнал, который быстро перестраивает лазер в область существования солитонов. Также применялась активная температурная стабилизация микрорезонатора с помощью элемента Пельтье, установленного под подставку резонатора. Диодный датчик температуры был установлен на подставке, а не на резонаторе, что вносило дополнительную задержку при стабилизации. Температура резонатора стабилизировалось с точностью до 10 мК. Стабилизация отстройки частоты лазера проводилась методом ПДХ.

В ходе эксперимента удалось одновременно настроиться на оба солитона на разных семействах мод и стабилизировать отстройку частоты лазера таким образом, что односолитонные режимы существовали несколько часов. На рис. 4.9 приведены экспериментальные результаты по одновременной генерации односолитонных режимов на двух разных семействах мод в одном резонаторе. Мощности накачки лазера и боковой линии модуляции были сделаны одинаковыми, частота модуляции составила 4.28 ГГц, на этой же частоте наблюдалась результирующая гребенка в СВЧ диапазоне. Расстояние между линиями СВЧ гребенки составило 655 кГц, что равно разнице между частотами повторения

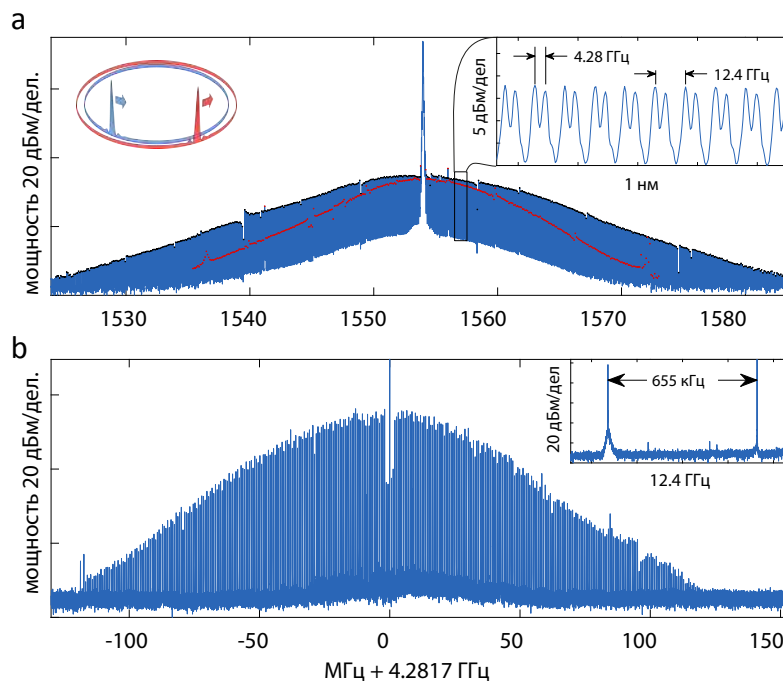


Рисунок 4.9 — Двойная гребенка в одном микрорезонаторе при генерации двух солитонов в одном направлении. (а): Оптический спектр двух солитонов, наложенных друг на друга. Интервал между гребнями составил 4.28 ГГц (показан на вставке).

Красная линия показывает  $\text{sech}^2(x)$  огибающую одной из гребенок; (б) Результирующий спектр биений двух гребенок в СВЧ области на частоте 4.28 ГГц. Расстояние между линиями биений 655 кГц.

солитонов на двух семействах мод. Таким образом, продемонстрировано преобразование с понижением частоты оптической гребенки шириной 35 нм с центром на 1554 нм в СВЧ область с центром на 4.28 ГГц и шириной около 200 МГц. Такой источник двойной гребенки может использоваться для спектроскопии или ЛИДАР приложений.

#### 4.4 Модуляция накачки на межмодовой частоте микрорезонатора для перехода в односолитонный режим

В эксперименте по генерации двойной гребенки в нескольких микрорезонаторах на одном цилиндре была описана проблема настройки и перехода в односолитонный режим. В экспериментах часто удается настроиться в многосолитонное состояние, в котором огибающая оптического спектра менее гладкая, чем в односолитонном режиме. Было предложено несколько подходов к детерминированной односолитонной генерации в оптических микрорезонаторах.



Один из методов основан на одновременном изменении частоты и мощности накачки чтобы избежать хаотических и неустойчивых режимов работы [124]. Однако, изменение мощности накачки, может вызвать значительное изменение тепловых условий, которые усложняют процесс. Экспериментально продемонстрировано несколько методов односолитонной генерации на основе терморепрессивных эффектов [60; 82; 125] с использованием обратного сканирования частоты [126] или дополнительного нагревателя [127]. Односолитонное состояние продемонстрировано также в интегральном микрорезонаторе с электрической настройкой времени жизни свободных носителей [128]. Гармоническая модуляция накачки была предложена в качестве инструмента для управления солитонами [129]. Было также продемонстрировано, что временные солитоны в волоконных кольцевых резонаторах могут быть выборочно возбуждены или поглощены [130]. Поскольку время прохождения в кольцевой петле значительно больше, чем в микрорезонаторе, реализация этого подхода в микрорезонаторе сопряжена со значительными трудностями. С другой стороны, показано численно, что фазовая модуляция накачки с частотой, равной межмодовому интервалу микрорезонатора, обеспечивает детерминированный путь к формированию солитонов без хаотического режима [131; 132]. Ниже представлено применение гармонической фазовой и амплитудной модуляции для надежного и эффективного создания односолитонных состояний.

Численно рассматривается случай гармонической фазомодулированной  $f(t) = Fe^{i\varepsilon \sin \Omega t}$  и амплитудно модулированной  $f(t) = F(1 + \varepsilon \cos \Omega t)$  накачки с частотой  $\Omega$  и глубиной  $\varepsilon$ . Численная модель базируется на системе уравнений связанных мод [133] модифицированной с учетом модуляции накачки. В модели пренебрегаем тепловыми эффектами, частотной зависимостью нелинейности, потерь и перекрытия мод, взаимодействиями с другими семействами мод и любыми особенностями геометрии резонатора. Предполагая, что частота модуляции близка к одному межмодовому интервалу резонатора, имеем:

$$\frac{\partial a_\mu}{\partial \tau} = -(1 + \zeta_\mu)a_\mu + i \sum_{\mu', \mu''} a_{\mu'} a_{\mu''} a_{\mu' + \mu'' - \mu}^* + f_\mu \exp(i\mu \Delta \tau). \quad (4.4)$$

Здесь  $a_\mu$  медленно меняющаяся амплитуда гребеночной моды  $\omega_\mu$ ,  $\tau = \frac{\kappa t}{2}$  нормализованное время,  $\kappa = \frac{\omega_0}{Q}$  ширина линии резонанса,  $Q$ -нагруженная добротность,  $\omega_p$  частота накачки;  $f_\mu = F J_\mu(\varepsilon)$  для фазовой модуляции и  $f_{-1,0,1} =$

$F[\varepsilon/2, 1, \varepsilon/2]$ ,  $f_{\mu \neq -1, 0, 1} = 0$  для амплитудной модуляции с безразмерной амплитудой поля накачки  $F$ .  $J_\mu(\varepsilon)$  функция Бесселя порядка  $\mu$ ,  $\Delta = 2(D_1 - \Omega)/\kappa$  нормализованная отстройка частоты,  $D_1 = 2\pi \times \text{ОСД}$ . Все порядки мод  $\mu$  отсчитываются от моды накачки. Рассмотрим разложение Тейлора закона дисперсии  $\omega_\mu = \omega_0 + D_1\mu + \frac{1}{2}D_2\mu^2 + \dots$  пренебрегая третьим порядком получим следующие выражения для нормализованной отстройки:  $\zeta_\mu = 2(\omega_0 - \omega_p)/\kappa + (D_2/\kappa)\mu^2$ . Заметим, что  $D_2 > 0$  соответствует аномальной дисперсии групповой скорости (ДГС).

В моделировании используются начальные слабые шумоподобные сигналы для затравки. Уравнение связанных мод (с оптимально подобранным числом моделируемых мод, равным 525, чтобы сбалансировать время моделирования и точность) численно решаются с использованием адаптированного метода Рунге-Кутты. Нелинейные члены вычисляются с использованием быстрого преобразования Фурье [134].

Для образования солитонов, частота накачки адиабатически сканируется по времени, полагая, что сканирование происходит по закону  $\zeta_0(\tau) = \zeta_0(0) + \alpha\tau$  от диапазона синей отстройки  $\zeta_0(0) < 0$ , через нулевую частоту в диапазон красной отстройки  $\zeta_0 \gg 0$  для охвата всего диапазона существования солитонов. Как было показано ранее [3], формирование солитонов проявляется в появлении характерной ступенчатой зависимости. Если сканирование частоты останавливается на этом этапе, генерируемые солитоны продолжают стабильно распространяться. Максимальное значение отстройки, обеспечивающее существование солитона, оценивается как  $\zeta_{0\max} \sim \pi^2 F^2 / 8$  [3]. В симуляциях  $F \approx 4.11$ ,  $D_2/\kappa \approx 0.01$  и  $\zeta_{0\max} \approx 20.8$ . Эти числовые значения соответствуют реальным физическим параметрам резонатора из  $\text{MgF}_2$  с эффективным объемом  $V_{eff} = 5.6 \times 10^{-12} \text{ м}^3$ , дисперсией  $D_2/2\pi = 0.398 \times 10^4 \text{ Гц}$ , добротность  $Q_0 = 10^9$  для критической связи для длины волны  $\lambda = 1550 \text{ нм}$  и мощности накачки 80 мВт.

Для сбора статистики генерировалось 100 вариантов шумоподобных начальных условий для каждого набора параметров и вычислялась вероятность конечного возбужденного количества солитонов в каждом случае.

Известно [3; 126], что в случае немодулированной накачки ( $\varepsilon = 0$ ) количество генерируемых солитонов, выходящих из хаотического режима, может варьироваться. Симуляции подтверждают, что односолитонное состояние явля-

ется редким событием. И среднее число генерируемых солитонов увеличивается с увеличением мощности накачки и уменьшением значения ДГС. Сформированные солитоны устойчиво распространяются после остановки сканирования частоты. Наиболее вероятное количество генерируемых солитонов зависит от скорости сканирования. Используя односолитонное решение в качестве входного сигнала, обнаружено, что стационарные солитоны существуют, если  $\zeta_0 > 8.46$ .

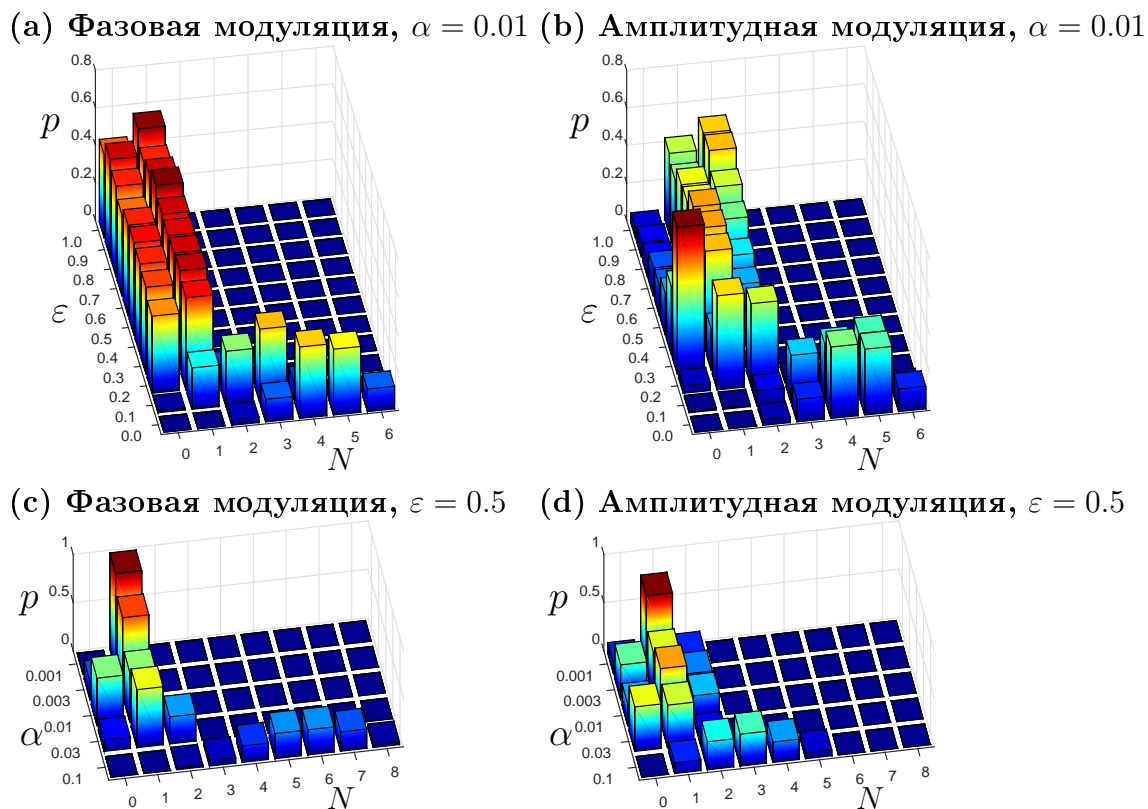


Рисунок 4.10 — Распределение вероятностей для конечного числа солитонов и разных амплитуд модуляции  $\varepsilon$  и скоростей сканирования  $\alpha$ . Окончательная отстройка составляет  $\zeta_0 = 18$  для фазовой модуляции и  $\zeta_0 = 15$  для амплитудной модуляции. В каждом случае проводилось 100 реализаций с  $F \approx 4.11$ .

Статистика числа солитонов изменяется, если введена слабая резонансная модуляция ( $\Delta = 0$ ) на межмодовой частоте микрорезонатора. Это показано на рис. 4.10(a)-4.10(d). Если глубина модуляции достаточно велика ( $\varepsilon > 0.2$ ), распределение вероятностей радикально сдвигается к меньшему числу генерируемых солитонов. В случае фазовой модуляции для большой глубины, возможны только два равновероятных результата: генерация одиночного солитона и отсутствие солитона рис.4.10(a) и 4.10(c). Для амплитудной модуляции статистика состоит из одного или двух солитонов (это связано с доминирующим влиянием на динамику гребенок соседних боковых мод) рис.4.10(b) и 4.10(d).

Таким образом, для фазовой модуляции увеличение глубины модуляции приводит к более эффективной генерации одного солитона, тогда как для амплитудной модуляции следует использовать некоторое оптимальное значение глубины (в зависимости от скорости сканирования) для предпочтительного односолитонного режима, поскольку большие значения могут приводить к получению двухсолитонных состояний. Подводя итог, для получения односолитонного режима методом модуляции накачки следует использовать скорость сканирования меньше критического значения, которое зависит от мощности накачки и значения ДГС. С помощью простой формулы можно вычислить реальную скорость сканирования из нормализованного значения  $\alpha$ :  $\frac{d\nu_p}{dt} = \alpha \frac{\pi c^2}{2\lambda_p^2 Q^2}$ . Для рассматриваемых параметров нормализованная скорость сканирования  $\alpha = 0.001$ , соответствует скорости сканирования 236 МГц/с, что легко можно получить в эксперименте.

Для экспериментальной проверки численного моделирования был изготовлен микрорезонатор из фторида магния  $\text{MgF}_2$ , с радиусом 2.8 мм и радиусом закругления - 35 мкм. Для достижения высокой добротности резонатор был отполирован алмазными суспензиями. Ширина нагруженного резонанса составила 200 кГц ( $Q \sim 10^9$ ). Связь с резонатором осуществлялась через растянутое волокно. Экспериментальная установка представлена на рис. 4.11(а). Излучение непрерывного лазера усиливалось и через растянутое волокно подавалось в микрорезонатор. При перестройке частоты лазера была найдена нелинейная мода с характерными солитонными ступеньками. Используя амплитудный и фазовый модуляторы осуществлялась накачка микрорезонатора на межмодовой частоте резонатора.

Накачивая резонатор мощностью 100 мВт после усилителя на длине волны 1554 нм, наблюдались характерные ступеньки, соответствующие образованию солитонов. Соответствующий односолитонный спектр показан как вставка на рис. 4.11(с). Были проверены различные скорости перестройки лазера от 0.25 ГГц/с до 25 ГГц/с ( $\alpha \approx 0.0006 \dots 0.06$ ). Одновременно исследовались фазовая или амплитудная модуляции через электрооптический модулятор. Глубина фазовой/амплитудной модуляции составляла приблизительно  $-26\text{дБ}$  ( $\varepsilon \approx 0.1$ ). Для анализа была собрана статистика в виде 100 разверток осциллографа от сигнала с фотоприемника. Измерения на рис. 4.11(б)-4.11(д) показывают наложенные развертки, демонстрирующие статистику конечных состояний, более

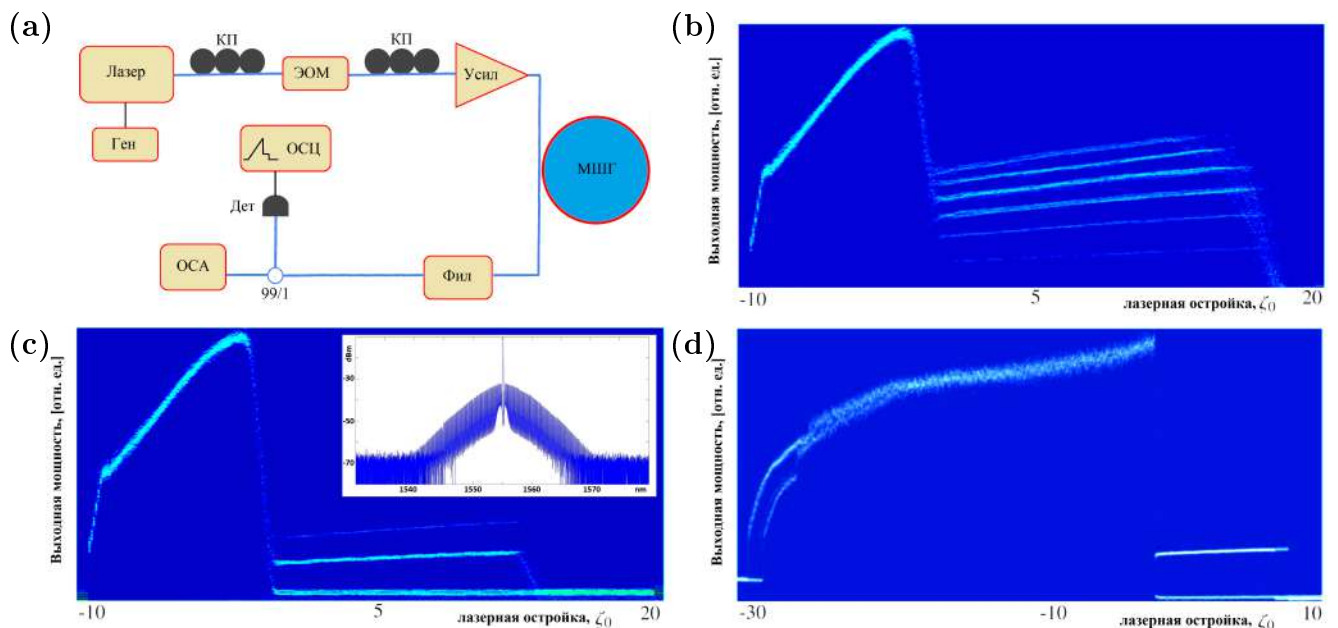


Рисунок 4.11 — Экспериментальное измерение формирования солитонов при фазовой и амплитудной модуляции. (а) экспериментальная установка (Ген – генератор произвольных функций, Лазер – непрерывный перестраиваемый лазер, КП – контроллер поляризации, Усил – волоконно-оптический усилитель, легированный эрбием, МШГ –  $\text{MgF}_2$  кристаллический микрорезонатор, Фил – брэгговский фильтр, Дет – фотодиод, ОСА – анализатор оптического спектра, ОСЦ – осциллограф); (b) статистика солитонов в виде следов развертки осциллографа, статистика набиралась за 100 разверток, частота сканирования лазера 100 Гц. (с) статистика разверток при частоте сканирования 100 Гц с фазовой модуляцией, вероятность режима без солитона равна 0.5, один солитон - 0.4, два солитона - 0.1; на вставке показан одиносолитонный спектр с  $\text{sech}^2(x)$  огибающей, ширина спектра 35 нм, интервал между линиями 12.1 ГГц; (d) статистика 100 разверток с амплитудной модуляцией, частота сканирования лазера составляет 5 Гц, вероятность режима без солитона - 0.4, один солитон - 0.6.

яркие цвета кривой соответствуют большему количеству наложенных линий. Получено, что оптимальное значение частоты модуляции накачки, обеспечивающее наиболее эффективное односолитонное состояние, немного смещено от межмодовой частоты резонатора  $f_{rep} = 12.1025$  ГГц. Значение частоты измерено по частоте биений линий гребенки в солитонном режиме. Оптимальная отстройка частоты модуляции от межмодовой частоты составила около 1 МГц. Отклонение частоты модуляции от оптимального значения 100 кГц приводит к исчезновению эффекта. Отличие частоты модуляции от межмодовой частоты микрорезонатора связано с тепловыми эффектами (терморефрактивность и тепловое расширение), которые не учитываются в моделировании. Из полученных экспериментальных данных видно, что как амплитудная, так и фазовая модуляция действительно радикально меняют распределение вероятностей конечных солитонных состояний. Несмотря на хорошее качественное согласие с численным моделированием, экспериментальные результаты демонстрируют

некоторые отклонения от предсказаний из-за того, что не учитываются дисперсия и тепловые эффекты более высокого порядка. Тем не менее, эксперименты ясно показали, что фазовая/амплитудная модуляция обеспечивает более эффективную односолитонную генерацию, которая подтверждает актуальность предлагаемого метода.

#### 4.5 Выводы к главе 4

В этой главе представлена оригинальная техника точного изготовления кристаллических микрорезонаторов с МШГ, которая позволила достичь разности межмодовых интервалов вплоть до  $\sim 1.62$  МГц. Изготовлена новая структура с несколькими идентичными микрорезонаторами на одном кристаллическом стержне  $\text{MgF}_2$  с разницей диаметров  $\sim 500$  нм и продемонстрировали источник двойной гребенки в этой структуре, где конвертировали 4 ТГц оптического спектра вокруг частоты  $\lambda \sim 1554$  нм в 300 МГц РЧ гребенку на центральной частоте 1.07 ГГц. Было проведено полное термомеханическое моделирование системы и предложены методы уменьшения влияния тепловых эффектов. Также продемонстрирован источник двойной гребенки в одном микрорезонаторе на разных семействах мод. Преобразовано 4 ТГц оптического спектра в 200 МГц радиочастотного на центральной частоте 4.8 ГГц и межмодовым расстоянием 655 кГц. Также показано, используя численное моделирование, что эффективная генерация одного солитона в оптических микрорезонаторах с аномальной дисперсией может быть получена методом частотного сканирования, дополненного фазовой или амплитудной модуляцией накачки. Показано, что эффективность этого подхода зависит от скорости сканирования и глубины модуляции. Для эффективной одночастотной генерации частота модуляции должна быть равна одному межмодовому интервалу, глубина модуляции должна быть достаточно большой, а скорость сканирования должна быть достаточно малой. Актуальность предлагаемого метода была подтверждена экспериментально в микрорезонаторе  $\text{MgF}_2$ .

## Глава 5. Затыгивание частоты лазерных диодов внешним высокодобротным микрорезонатором

В данной главе представлена теория затыгивания одночастотных лазерных диодов модой высокодобротного резонатора и эксперименты по стабилизации многочастотных лазерных диодов модой микрорезонатора. Экспериментально получена генерация ДКС в режиме затыгивания многочастотных лазерных диодов.

### 5.1 Аналитическая модель лазерной динамики в режиме затыгивания

Хотя теория затыгивания с резонаторами ФП хорошо развита (см. например, [55]), только одна попытка построить теорию для микрорезонаторов присутствует в [135] со сложной системой уравнений и аналитической оценкой коэффициента стабилизации. В данном разделе теоретически анализируется затыгивание лазерных диодов в микрорезонаторе с высокой добротностью и получены простые аналитические выражения для ширины линии затыгивания и результирующей ширины лазерной линии. Также проанализированы условия перестройки частоты лазера путем изменения резонансной частоты микрорезонатора МШГ, например, используя тепловую, пьезоэлектрическую или электрооптическую подстройки.

Для простоты рассмотрим модель лазерного резонатора, состоящую из двух зеркал, которые могут быть образованы покрытием или распределенной брэгговской решеткой, и рассмотрим одночастотный лазерный диод. Эта простая модель позволяет адекватно описать механизм затыгивания и при необходимости может быть дополнительно модернизирована.

В модели, медленно меняющееся поле лазерного резонатора  $A(t)e^{i\phi(t)}$  с амплитудой  $A(t)$  и фазой  $\phi(t)$ , отражающееся от переднего зеркала (см. рис. 5.1) можно найти как сумму поля  $B(t)$ , которое было отражено обратно в лазер из-за обратного рассеяния в микрорезонаторе, и запаздывающего поля, отраженного

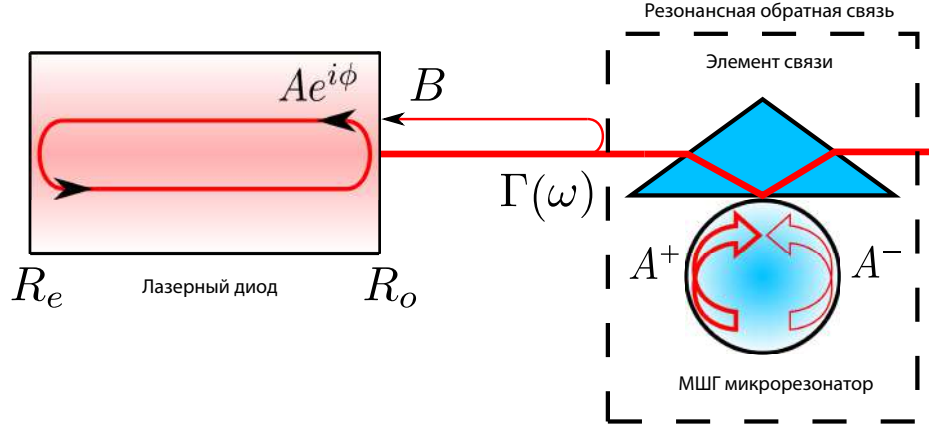


Рисунок 5.1 — Схема затягивания частоты лазерного диода модой микрорезонатора.

от обоих зеркал:

$$A(t)e^{i\phi(t)} = iT_o B(t) + R_e R_o A(t - \tau_d) e^{i\omega\tau_d + 2(\gamma - \alpha)L + i\phi(t - \tau_d)}, \quad (5.1)$$

где  $\tau_d = 2nL/c$  время прохождения излучения в лазерном резонаторе ( $n$  — показатель преломления,  $L$  — длина диода,  $c$  — скорость света),  $R_o$  и  $R_e$  амплитудные коэффициенты отражения от переднего и заднего лазерных зеркал,  $T_o = \sqrt{1 - R_o^2}$  — коэффициент пропускания,  $\omega$  — мгновенная частота генерируемого света,  $\gamma$  и  $\alpha$  — коэффициенты усиления и потерь материала. Выбираем резонансную частоту лазерного резонатора  $\omega_d \tau_d = 2\pi M$  ( $M$  — целое), так что она является ближайшей к частоте генерации. Раскладывая  $A(t - \tau_d) \simeq A - \tau_d \dot{A}$  и  $\phi(t - \tau_d) \simeq \phi - \tau_d \dot{\phi}$  в ряд Тейлора по  $\tau_d$  в первом порядке и предполагая, что отстройка намного меньше области свободной дисперсии ( $1/\tau_d$ ), сохраняем члены до первого порядка малости и переписываем уравнение (5.1) в следующей форме:

$$\dot{A} + i\dot{\phi} + \left( \frac{\kappa_d}{2} - \frac{g(|A|^2)}{2} (1 + i\alpha_g) - i(\omega - \omega_d) \right) A = i \frac{\kappa_{do}}{T_o} B e^{-i\phi}. \quad (5.2)$$

Здесь  $\kappa_{do} = \frac{T_o^2}{\tau_d R_e R_o}$  коэффициент связи,  $\kappa_d$  — ширина линии холодного резонатора лазера, является суммой внутренних потерь  $\kappa_{di}$  и потерь на связь с окружением  $\kappa_{dc}$ ,  $g$  — усиление, которое нелинейно зависит от насыщения и внутренней интенсивности:

$$\kappa_{di} = 2\alpha \frac{c}{n}, \quad \kappa_{dc} = 2 \frac{1 - R_e R_o}{\tau_d R_e R_o}, \quad 2\gamma \frac{c}{n} = (1 + i\alpha_g) g(|A|^2). \quad (5.3)$$



Для зеркал с большим отражением, когда  $R_{o,e} \approx 1 - T_{o,e}^2/2$ , получаем  $\kappa_{dc} \approx \kappa_{do} + \kappa_{de}$ . Заметим, что для одинаковых зеркал  $\kappa_{dc} = 2\kappa_{do}$ . Коэффициент амплитудной связи  $\alpha_g$ , имеет порядок единицы, и учитывает тот факт, что в реальных диодных лазерах  $\gamma$  является комплексным, поскольку в диодных чипах, носители отвечают не только за коэффициент усиления, но также изменяют показатель преломления и фазу. Для анализа затягивания рассматривается простейший случай с одной лазерной модой и одной МШГ модой.

### 5.1.1 Затягивание частоты лазерного диода

Сначала ищем поле  $B(t)$ , отраженное от микрорезонатора. Учитывая, что обратное рассеяние слабо в эксперименте (отсутствие расщепления мод микрорезонатора в дублеты) и взяв только главные члены, мы получаем для него простое выражение:

$$B = \frac{iT_o\Gamma(\omega)}{R_o} A e^{i\omega\tau_s + i\phi}, \quad (5.4)$$

где  $\tau_s$  время прохода в свободном пространстве от лазера до отражателя и обратно,  $\Gamma(\omega)$  частотно-зависимый комплексный коэффициент отражения микрорезонатора. Подставляя уравнение (5.4) в (5.2) и разделяя действительную и мнимую части получаем два уравнения:

$$\dot{A} = \left( g(|A|^2)/2 - \kappa_d/2 - \frac{\kappa_{do}}{R_o} |\Gamma(\omega)| \cos \psi \right) A, \quad (5.5)$$

$$\dot{\phi} = \alpha_g g(|A|^2)/2 + (\omega - \omega_d) - \frac{\kappa_{do}}{R_o} |\Gamma(\omega)| \sin \psi, \quad (5.6)$$

где  $\psi = \arg(\Gamma) + \omega\tau_s$ . Уравнение (5.6) напоминает известное уравнение Адлера в теории затягивания [136], где  $\phi$  (разница между фазой накачки и осциллятора) стоит под синусом вместо  $\psi$ . Однако в нашем случае пассивного резонатора  $\psi$  не зависит от  $\phi$ , а только от его производной в следующем порядке приближения, поскольку начальная фаза лазера не имеет значения. Умножая стационарную форму уравнения (5.5) на  $\alpha_g$  и вычитая его из стационарной формы уравнения

(5.6), мы избавляемся от  $g(|A|^2)$  и получаем следующее выражение:

$$\omega - \bar{\omega}_d \equiv (\omega - \omega_m) - (\bar{\omega}_d - \omega_m) = |\Gamma(\omega)|\bar{\kappa}_{do} \sin(\psi - \arctan \alpha_g), \quad (5.7)$$

где  $\bar{\omega}_d = \omega_d - \alpha_g \kappa_d/2$  определяет частоту лазера (горячего резонанса). Для удобства мы также ввели эффективный (горячий) коэффициент связи выходного луча  $\bar{\kappa}_{do} = \frac{\kappa_{do}}{R_o} \sqrt{1 + \alpha_g^2}$ .

Для отражения волны с частотой  $\omega$  близкой к МШГ резонансу  $\omega_m$  от микрорезонатора используем выражение, полученное в [61]:

$$\Gamma(\omega) = -\frac{i\eta\kappa_m^2\beta/2}{(\kappa_m/2 - i(\omega - \omega_m))^2 + (\beta\kappa_m/2)^2}. \quad (5.8)$$

Здесь  $\kappa_m = \kappa_{mi} + \kappa_{mc}$  коэффициент распада мод микрорезонатора, где  $\kappa_{mi}$  определяет внутренние потери и  $\kappa_{mc}$  определяет внешнюю связь,  $\eta = \kappa_{mc}/\kappa_m$  характеризует эффективность связи ( $\eta = 1/2$  соответствует критической связи,  $\eta \approx 1$  –перегружение).  $\beta$ –безразмерный коэффициент связи между противоположно распространяющимися модами, для удобства нормализован к  $\kappa_m/2$ . Параметр  $\beta$  напрямую связан с расщеплением мод (если  $\beta > 1$  то оно равно расстоянию, измеренному в ширинах линий между резонансными частотами в дублетах), впервые обнаружено в кварцевых микрорезонаторах [60]. Однако в высокочастотных кристаллических микрорезонаторах обратное рассеяние намного меньше ( $\beta \ll 1$ ) и расщепление мод почти отсутствует (напрямую не наблюдается в экспериментах).

Из уравнения (5.7) получаем зависимость генерируемой частоты  $\omega$  от частоты лазерного резонатора  $\bar{\omega}_d$  (стационарная перестроечная кривая):

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_d - \omega_m &= (\omega - \omega_m) + \\ &+ \frac{\eta\kappa_m^2\beta\bar{\kappa}_{do}}{2} \frac{(\omega - \omega_m)\kappa_m \cos \bar{\psi} + ((1 + \beta^2)\kappa_m^2/4 - (\omega - \omega_m)^2) \sin \bar{\psi}}{(\kappa_m^2/4(1 + \beta^2) - (\omega - \omega_m)^2)^2 + (\omega - \omega_m)^2\kappa_m^2}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

где  $\bar{\psi} = \omega\tau_s - \arctan \alpha_g + 3/2\pi$ –набег фазы. К набегу фазы добавлено  $3\pi/2$  для получения наиболее выгодного режима, соответствующего  $\bar{\psi} \approx 0$ , что будет показано ниже. Уравнение (5.9) описывает рассматриваемый эффект затягивания частоты лазера модой микрорезонатора. Оно может быть значительно

упрощено путем введения относительной отстройки горячего резонанса в резонаторе диода от ближайшего резонанса в микрорезонаторе  $\xi = 2(\bar{\omega}_d - \omega_m)/\kappa_m$  и генерируемой частотной отстройки от того же резонанса в микрорезонаторе  $\zeta = 2(\omega - \omega_m)/\kappa_m$ :

$$\xi = \zeta + \frac{K}{2} \frac{2\zeta \cos \bar{\psi} + (1 + \beta^2 - \zeta^2) \sin \bar{\psi}}{(1 + \beta^2 - \zeta^2)^2 + 4\zeta^2}. \quad (5.10)$$

Здесь  $K = 8\eta\beta\bar{\kappa}_{do}/\kappa_m$  комбинированный коэффициент связи.

Влияние времени задержки  $\tau_s$  (т.е. расстояние лазер-микрорезонатор) на эффект затягивания двояко. В общем случае  $\bar{\psi}$  также зависит от  $\omega$ , и отсюда от  $\zeta$ . Действительно, если предположить  $\bar{\psi}(\omega_m) = \psi_0$ , тогда получим

$$\bar{\psi} = \psi_0 + (\omega - \omega_m)\tau_s = \psi_0 + \frac{\kappa_m\tau_s}{2}\zeta. \quad (5.11)$$

Начальный набег фаз  $\psi_0$  определяемый режимом затягивания, может регулироваться путем настройки  $\tau_s$  или  $\omega_m$  в маленьком пределе  $|\delta(\omega_m\tau_s)| < \pi$ , тогда как коэффициент  $\kappa_m\tau_s$  перед  $\zeta$  зависит от общего времени задержки  $\tau_s$  (расстояния лазер – микрорезонатор). Поскольку этот коэффициент изменяет масштаб осциллирующего числителя, он может вводить больше нежелательных полос и областей мультстабильности на кривой затягивания  $\zeta(\xi)$  (см. рис. 5.2b) или эквивалентно новые экстремумы на  $\xi(\zeta)$  зависимости. Численно проверено, что для  $\psi_0 = 0$  предельное условие может быть хорошо аппроксимировано как  $\kappa_m\tau_s/2 < 4.7K^{-0.36}$ . На практике, это ограничение не очень актуально, так как для высокочастотных резонаторов  $Q_m = \omega_m/\kappa_m \sim 10^9$  соответствует расстояниям порядка десятков метров. Гораздо важнее, требование стабильности этого расстояния:

$$\frac{\delta\omega}{\delta d} = \frac{\kappa_m}{2} \frac{\partial\zeta}{\partial\psi_0} \frac{2}{c} \frac{\partial\psi_0}{\partial\tau_s} = \left( \frac{\partial\xi}{\partial\psi_0} / \frac{\partial\xi}{\partial\zeta} \right)_{\psi_0=0} \frac{\kappa_m\omega_m}{c} = \frac{K}{(K+1)} \frac{\omega_m^2}{2Q_m c}. \quad (5.12)$$

Как следует из формулы (5.12) при  $Q_m = 10^9$ , для достаточно большого  $K$  и требуемой ширине линии  $\delta\omega = 2\pi \times 1$  кГц стабильность расстояния должна сохраняться на уровень 2.5 нм.

Зависимость стационарных кривых отстройки (5.10) от параметров  $\psi_0$ ,  $\tau_s$  и  $K$  показаны на рис. 5.2. Кривые приведены для параметров  $K = 30$ ,  $\beta = 0.01$ .

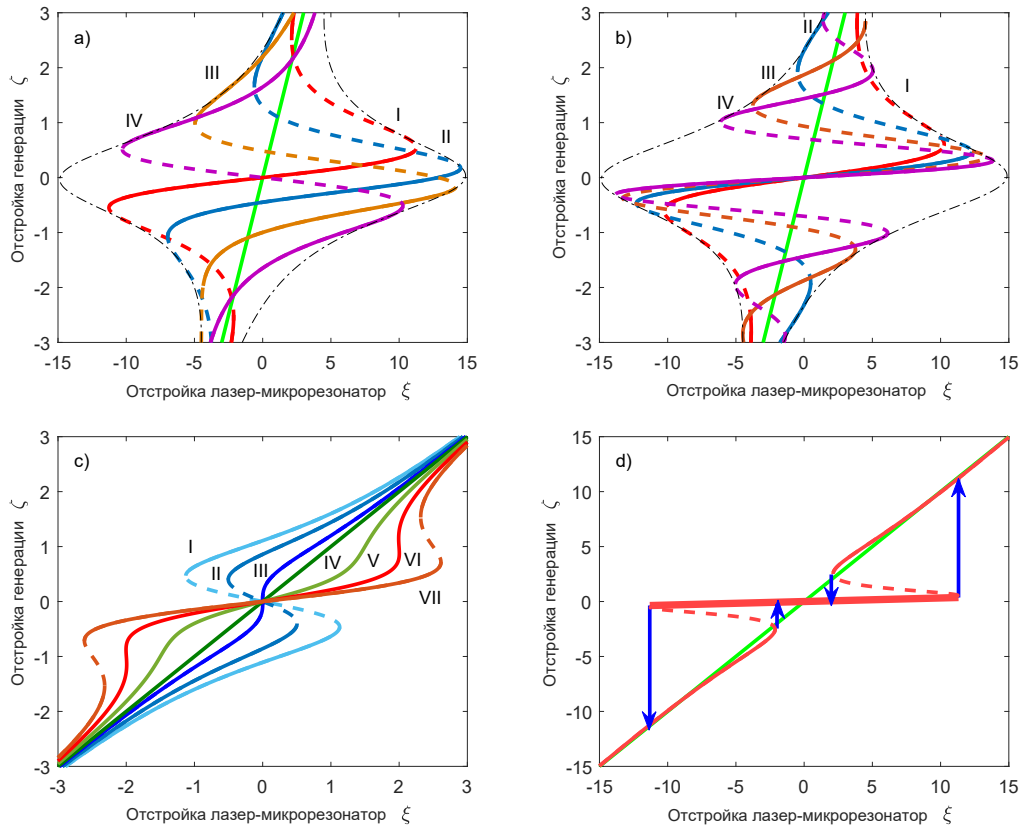


Рисунок 5.2 — (а) Кривые отстройки уравнения (5.10) для разных начальных фаз: I-IV соответствует фазам  $\psi_0 = [0, \pi/3, 2\pi/3, \pi]$  с  $\kappa\tau_s \ll 1$ . Огибающая для семейства кривых с различными  $\psi_0$  отображается черной штриховой линией, зеленая сплошная линия показывает кривую отстройки для лазера; (b) Кривые отстройки I-IV соответствуют  $\psi_0 = 0$  и долгой задержке, так чтобы  $\kappa_m \tau_s / 2 = [0, 1, 2, 3]$ ; (c) Кривые отстройки для различных значений  $K$ : I-III соответствуют  $\psi_0 = \pi$ , и  $K = [5, 3, 1]$ , линии IV-VII соответствуют  $\psi_0 = 0$ ,  $K = [0, 2, 4, 6]$ ; (d) Оптимальная кривая затягивания с  $\psi_0 = 0$ ,  $\kappa_m \tau_s \ll 1$ , и  $K \gg 4$ . Нестабильные ветви показаны пунктирными линиями, а бистабильные переходы синими стрелками.

Для достаточно больших  $K$  (рис. 5.2) кривая отстройки для всех значений фазового набега имеет положительную плоскую ветвь с сопоставимой шириной и наклоном. Для отрицательных  $\cos \psi_0$  (рис. 5.2(a), кривые III и IV и 5.2(c), кривые I-III) центральная ветвь нестабильна и менее эффективное затягивание возможно только на верхних или нижних стабильных ветвях, имеющих более крутой уклон. Таким образом, выгодны режимы, когда  $\psi_0 \sim 0$  и  $K \gg 1$  как на рис. 5.2(d).

Хорошо известно, что в области трех решений средняя ветвь нестабильна. Рассмотрим кривую на рис. 5.2(d). Если частота лазера  $\bar{\omega}_d$  изначально сильно отстроена от МШГ, а затем перестраивается током или температурой слева, или справа по отношению к частоте МШГ, генерируемая частота идет вдоль метастабильной ветви кривой отстройки (сплошная линия) после  $\bar{\omega}_d$  до срыва. В

момент срыва она прыгает (короткие синие сплошные стрелки) во внутреннюю стабильную ветвь со слабым уклоном, это и называется затягиванием. Изменения (колебания) частоты лазерного резонатора  $\bar{\omega}_d$  на этой ветви приводят к незначительным изменениям генерируемой частоты  $\omega$ , пока они не станут достаточно большими, чтобы достичь других точек срыва, отмеченных длинными синими стрелками. Ширина плоской области склона называется полосой затягивания (толстая красная сплошная линия на рис. 5.2(d)).

### 5.1.2 Аналитические оценки

Теперь предположим, что фазовый сдвиг скорректирован для наиболее предпочтительного режима ( $\cos \psi_0 = 1$ ) и  $\kappa_m \tau_s, \beta \ll 1$ . Тогда, уравнение (5.10) сводится к

$$\xi = \zeta + K \frac{\zeta}{(1 + \zeta^2)^2}. \quad (5.13)$$

Функция  $\xi(\zeta)$  может иметь 0, 1, или 2 пары экстремумов (точек срыва), обеспечивая тем самым различные режимы затягивания. Эти режимы определяются значениями  $K$  и могут быть найдены при решении бикубического уравнения, полученного из  $\frac{d\xi}{d\zeta} = 0$  условия:

$$\zeta^6 + 3\zeta^4 - 3(K - 1)\zeta^2 + K + 1 = 0. \quad (5.14)$$

Используя дискриминант кубического уравнения, получаем, что  $K > 4$  соответствует сильной связи и затягиванию с гистерезисом (рис.5.2(c) VII). Для режима затягивания существуют две пары экстремумов для (5.13):

$$\begin{aligned} \zeta_{1,2} &= \pm \sqrt{2\sqrt{K} \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{K}}\right)\right) - 1} = \pm \sqrt{3} \left(\frac{1}{3} + \frac{32}{81K}\right), \\ \xi(\zeta_{1,2}) &= \pm \sqrt{3} \left(\frac{3}{16}K + \frac{1}{3}\right), \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$\zeta_{3,4} = \pm \sqrt{2\sqrt{K} \sin\left(\frac{\pi}{6} + \frac{1}{3} \arccos\left(\frac{2}{\sqrt{K}}\right)\right) - 1} = \pm \left(\sqrt[4]{3K} - \frac{5}{6\sqrt[4]{3K}}\right),$$

$$\xi(\zeta_{3,4}) = \pm \left(\frac{4\sqrt[4]{3K}}{3} - \frac{2}{3\sqrt[4]{3K}}\right). \quad (5.16)$$

Таким образом  $\zeta_1 - \zeta_2 \approx \pm 2\sqrt{3}/3$  определяет стабилизированный генерируемый частотный диапазон, а диапазон затягивания можно найти как  $\xi_1 - \xi_2 \approx \frac{3\sqrt{3}}{8}K$ . Этот режим может обеспечить значительную стабилизацию, поскольку максимальный коэффициент стабилизации  $\left.\frac{d\xi}{d\zeta}\right|_{\zeta=0} = K + 1$  довольно высок.

При  $K < 4$  реальных корней уравнения (5.14) нет и функция (5.13) является монотонной. Это соответствует режиму слабой связи с некоторой перестройкой частоты (рис.5.2(с), кривые IV, V и VI). В этом случае коэффициент стабилизации имеет такое же выражение, но при  $K < 4$  его значение ниже. Можно также использовать оценку для затянутой полосы, полученную выше.

Когда  $\cos \bar{\psi}_0 = -1$ , выражение (5.10) сводится к (5.13) с обратным знаком перед  $K$ . Для  $K < 1$  все еще имеем положительный наклон в  $\zeta = 0$ , но слабую стабилизацию. Для  $K > 1$  и  $\cos \bar{\psi}_0 = -1$  наклон в  $\zeta = 0$  отрицателен и только первые два экстремума уравнения (5.15) положительны ( $K$  заменен на  $-K$ ). Однако, в этом режиме средняя ветвь нестабильна (см. рис.5.2(с), кривые I и II), диапазон затягивания эффективно уменьшен вдвое. По той же причине максимальный коэффициент стабилизации, соответствующий минимальному наклону верхней или нижней ветви, примерно в четыре раза хуже  $\left.\frac{d\xi}{d\zeta}\right|_{\zeta=1} = K/4 + 1$  ( $\zeta = \pm 1$  самая низкая точка изгиба). Вышеприведенные оценки подтверждают, что режим положительного наклона обеспечивает самую широкую зону затягивания и наилучшую стабилизацию частоты.

Перепишем приведенные выше результаты в упрощенной форме с использованием экспериментальных величин. Предположим, что мы находимся в режиме положительного наклона, который обеспечивает наилучшую стабилизацию частоты и  $K \gg 4$ . Из уравнения (5.8) получаем  $\Gamma_m = |\Gamma(\omega = \omega_m)| \approx 2\eta\beta$  – амплитудный коэффициент отражения от МШГ резонатора в резонансе. Поэтому для диапазона затягивания получаем

$$\frac{\Delta\omega_{\text{lock}}}{\omega} \approx \sqrt{1 + \alpha_g^2 \frac{\Gamma_m}{Q_d}}. \quad (5.17)$$

Предполагаем, что потери лазерного резонатора в основном определяются его выходным зеркалом, его холодная добротность  $Q_d = \frac{\omega}{\kappa_{do}}$ , и  $R_o \approx 1$ . Обратим внимание, что  $\beta$  (и отсюда  $\Gamma_m$ ) пропорциональна добротности МШГ и плотности рассеивателей, поэтому ширина затягивания пропорциональна отношению добротностей МШГ к лазерному резонатору. Поскольку усиление ширины линии равно обратному квадрату коэффициента стабилизации [42;55], для стабилизированного лазера получаем

$$\frac{\delta\omega}{\delta\omega_f} \approx \frac{Q_d^2}{Q_m^2} \frac{1}{16\Gamma_m^2(1 + \alpha_g^2)}, \quad (5.18)$$

где  $Q_m = \frac{\omega}{\kappa_m}$  and  $\delta\omega_f$  – ширина линии свободного лазера.

Достижимые параметры и соответствующие оценки для МШГ и лазерного резонатора представлены в таблице 3. Для лазера с шириной линии с несколькими МГц оценка для затянутой дает величину меньше, чем 1 Гц, что хорошо согласуется с результатами, продемонстрированными в [68].

Параметры		Свойства	
$Q_d$	$10^4$	$K$	$10^4$
$Q_m$	$10^9$	$\Delta\omega_{\text{lock}}$	700 МГц
$\Gamma_m$	$10^{-2}$	$\delta\omega/\delta\omega_{\text{free}}$	$10^{-8}$
$\alpha_g$	2.5	$d_{\text{max}}$	3 см

Таблица 3 — Типичные параметры для лазерного и кристаллического резонатора и оценки для затягивания.

### 5.1.3 Перестройка частоты в режиме затягивания

Другим важным эффектом затягивания является возможность перестройки частоты лазера путем изменения частоты МШГ. В [7] было продемонстрировано, что вслед за частотой МШГ частота лазера может быть увеличена до 4 ГГц. Поскольку оси на рис. 5.2 представлены в терминах отстройки частоты МШГ, можно сделать вывод, что хотя лазер находится в затянутом состоянии (на толстой красной линии), а разница между лазером и собственной частотой

МШГ составляет менее половины затянутой полосы, разница между генерируемой частотой и частотой МШГ близка к нулю. Другими словами, генерируемая частота будет соответствовать частоте МШГ, пока лазер не покинет затянутое состояние.

Т.к.  $\psi_0$  зависит от  $\omega_m$  эта отстройка может привести к изменению режима затягивания. Чтобы уменьшить этот эффект, время задержки (расстояние между лазером и резонатором) должно быть, как можно меньше. Если предположить, что изменение фазового сдвига  $\delta\psi_0 < \pi/4$  (см рис. 5.2(b)) не нарушает режим затягивания, и перестраиваем  $\omega_m$  по всей затянутой полосе  $\Delta\omega_{\text{lock}}$ , получим:

$$\frac{\partial\psi_0}{\partial\omega_m}\delta\omega_m = \tau_s\Delta\omega_{\text{lock}} < \frac{\pi}{4}. \quad (5.19)$$

Для полосы затягивания более 4 ГГц максимальное расстояние лазерного излучения до резонатора меньше  $d_{\text{max}} = \pi c / 8\delta\omega_{\text{lock}} \approx 0.5$  см.

Перестройка частоты в режиме затягивания, может быть использована для генерации диссипативных керровских солитонов (ДКС) [3]. ДКС может существовать только в том случае, если накачка отстроена от МШГ резонанса. Когда происходит переход в состояние солитона, циркулирующая мощность в резонаторе падает, и резонансная частота МШГ резко изменяется из-за эффектов терморелактивного и теплового расширения, а частота накачки выходит из области существования солитона и солитоны могут исчезнуть, если скорость отстройки частоты и скорость тепловой релаксации не подобраны специально. Однако в режиме затягивания частота накачки будет следовать за термически индуцированным сдвигом резонансной частоты, а солитон остается устойчивым [68].

#### 5.1.4 Численное моделирование и экспериментальные результаты

Для проверки аналитических результатов была смоделирована динамика процесса затягивания. Поскольку для динамической задачи нельзя использовать решение стационарного состояния уравнения (5.8), решалась полная систе-



ма уравнений как для прямых, так и для обратных волн  $A^+$  и  $A^-$ , распространяющихся в микрорезонаторе [61]. В симуляциях использовалась модель скоростных уравнений активно используемых для моделирования различных типов полупроводниковых лазеров без спонтанного излучения, аналогичную [135]:

$$\frac{dN}{dt'} = J_N - \frac{\kappa_N}{\kappa_m} N - N g_N |A|^2, \quad (5.20)$$

$$\frac{dA}{dt'} = \left( (1 + i\alpha_g) N g_N - \frac{\kappa_d}{\kappa_m} + i(\xi_0 - v_\omega t') \right) A - 2 \frac{\kappa_{do}}{\kappa_m} \frac{T_m}{T_o} e^{i\omega_m \tau_s / 2} A^-, \quad (5.21)$$

$$\frac{dA^+}{dt'} = -A^+ + i\beta A^- - 2\eta \frac{T_o}{T_m} e^{i\omega_m \tau_s / 2} A, \quad (5.22)$$

$$\frac{dA^-}{dt'} = -A^- + i\beta A^+. \quad (5.23)$$

Здесь  $J_N = \frac{2I}{eV\kappa_m}$  нормализованный ток инжекции,  $\kappa_N$  скорость релаксации инверсной населенности,  $T_m = \sqrt{\eta\kappa_m\tau_m}$  и  $\tau_m$  время звона МШГ, и  $g_N$  нормированный коэффициент усиления, так что член  $N g_N$  меняется на  $\frac{g(|A|^2)}{\kappa_m}$  в формуле (5.2).

Используем член  $i(\xi_0 - v_\omega t')$  в уравнении (5.21), модели отстройки частоты лазера  $\xi_0 = 2(\omega_m - \omega_{d0})/\kappa_m$ , и нормализованной скорости развертки частоты лазера  $v_\omega$ . Поскольку оптическая частота фиксирована при  $\omega_m$  в этих уравнениях для медленно меняющихся амплитуд, генерируемая разность частот может быть получена из временного колебания этих амплитуд  $\omega = \omega_m - \frac{d}{dt} \arg(A)$ . В моделировании брались параметры лазера, которые не соответствуют конкретной лазерной системе, но разумны для различной конструкции и геометрии лазерных диодов (Таб.4).

$J_N$	$1400/\pi$	$\alpha_g$	2.5	$\xi_0$	-8	$\beta$	0.05
$\kappa_N/\kappa_m$	75	$\kappa_d/\kappa_m$	75	$v_\omega$	$\pi/2000$	$\eta$	0.5
$g_N$	75	$\kappa_{do}/\kappa_m$	75	$\omega_m \tau_s$	$3\pi/2 + 1.2$	$T_m/T_o$	0.04

Таблица 4 — Типичные параметры лазера используемые для численного моделирования.

Результаты численного моделирования сравнивались с результатами аналитического анализа. Численные результаты, представленные на рис. 5.3(а) и находятся в очень хорошем соответствии с аналитическими кривыми, показанными пунктирными линиями. Обнаружено, что если расстояние между метаста-

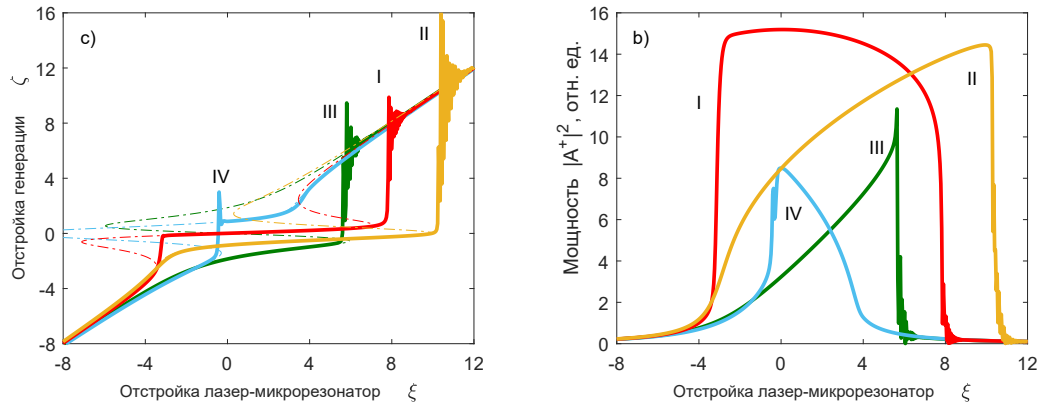


Рисунок 5.3 — Сравнение аналитической теории с численным моделированием. а) Кривые I-IV - зависимости генерируемой частотной отстройки от отстройки частоты лазера для разных фаз  $\psi_0 = [0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}]$ . Теоретические кривые отстройки (5.10) показаны пунктиром для сравнения. б) Зависимость интенсивности внутри микрорезонатора от отстройки частоты лазера для разных фазовых набегов для тех же параметров в моделировании.

бильными ветвями невелико ( $K$  очень высок), переход во внутреннюю устойчивую ветвь может произойти раньше, чем точка поворота. Численное моделирование также позволяет построить зависимость интенсивности  $|A^+|^2$  (которая прямо пропорциональна генерируемой интенсивности света) от отстройки (рис. 5.3(b)) которая отсутствует в простой аналитической теории, без усиления.

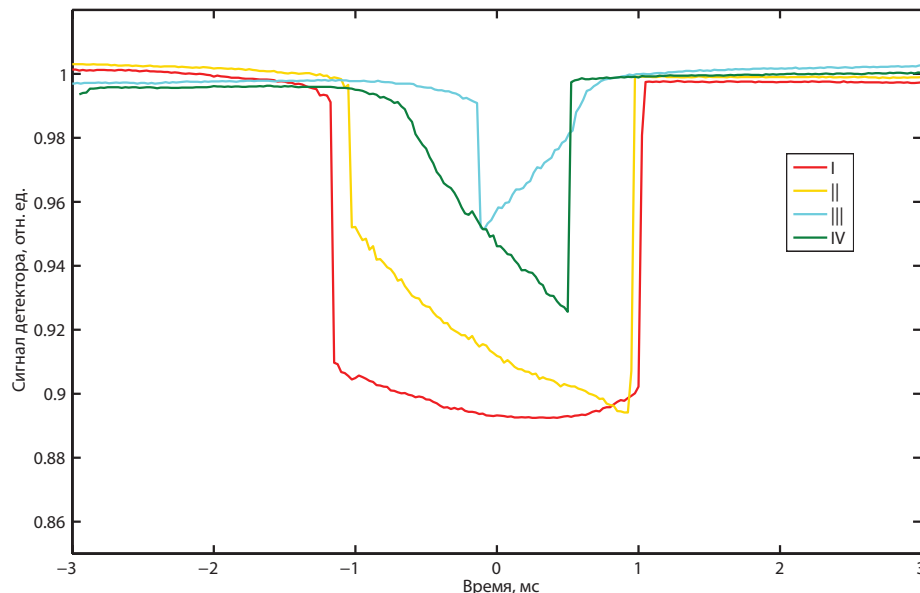


Рисунок 5.4 — Экспериментально полученная интенсивность МШГ моды в режиме затягивания, при перестройке частоты лазера с распределенной обратной связью для одной МШГ моды при разных фазах. Цифры I-IV указывают на режимы, которые имеют разные начальные фазы  $\psi_0 \sim [0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}]$  аналогично 5.3(b).

Форма кривой интенсивности для  $\psi_0 = 0$  имеет характерную прямоугольную форму, которая примерно соответствует половине затянутой полосы.

Теоретические модели также хорошо согласуются с экспериментальными данными. Использовалась схема установки как на рис. 5.1, с одночастотным лазерным диодом с распределенной обратной связью (ширина линии генерации  $\Delta\lambda \approx 10$  МГц,  $P_{max} = 10$  мВт,  $\lambda = 1550$  нм) связанным через стеклянную призму (ВК-7) с  $MgF_2$  МШГ резонатором диаметром 5.4 мм соответствующему межмодовой частоте  $\approx 13$  ГГц. Осциллограмма выходной интенсивности при перестройке лазерного тока показана на рис. 5.4.

При изменении условий юстировки (фазового набег  $\bar{\psi}$ ) фундаментальной моды в микрорезонаторе, на осциллографе фиксировалась форма резонансной линии при затягивании. Кривые моделирования и эксперимента иллюстрируют качественное согласие кривых, показанных на рис. 5.3b (симуляции) и рис. 5.4 (эксперимент).

## 5.2 Затягивание и генерация солитонных гребенок с одночастотным диодом с распределенной обратной связью

В эксперименте, для стабилизации внешним МШГ микрорезонатором использовались как одночастотные диоды с распределенной обратной связью с шириной линии  $\sim 10$  МГц мощностью  $\sim 10$  мВт, так и многочастотные диоды с шириной спектра  $\sim 10$  нм и максимальной мощностью несколько сотен милливольт. Использовались микрорезонаторы из различных диэлектрических материалов: фторид магния ( $MgF_2$ ), фторид кальция ( $CaF_2$ ), фторид бария ( $BaF_2$ ). Выбор материалов связан с внутренними потерями в ИК диапазоне, от которых зависит максимально достижимая добротность МШГ резонатора.

На рис. 5.5 изображен боковой профиль микрорезонатора с характерным закруглением. Диаметр резонаторов 1-5 мм, радиус закругления 100 – 900 мкм, толщина 0.2-2 мм. Геометрические параметры МШГ резонатора не имеют принципиального значения для эффекта затягивания частоты диода, хотя изготовление многомодовых резонаторов увеличивает количество мод, на которых возможно затягивание и соответственно выбор возможных частот генерации лазера.

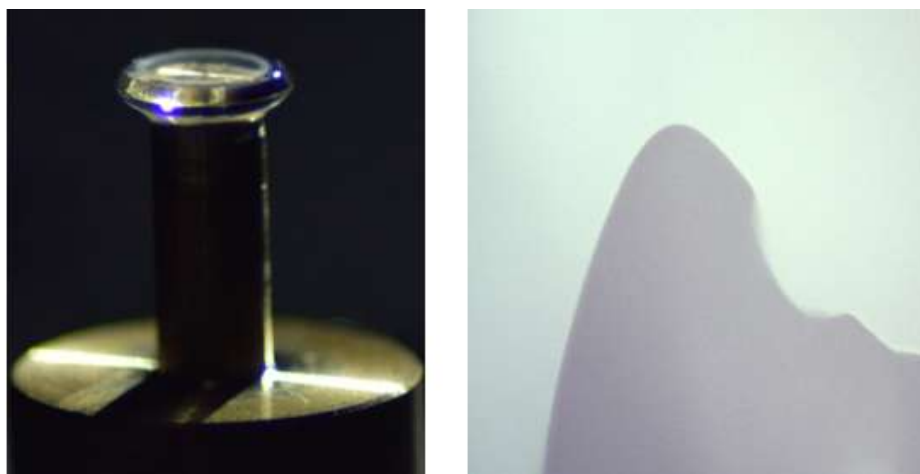


Рисунок 5.5 — Фотография резонатора на латунной подставке, увеличенный вид боковой грани микрорезонатора в микроскопе (4x).

В данном разделе представлены результаты по генерации ДКС в режиме затягивания одночастотного с распределенной обратной связью диода с максимальной мощностью 10 мВт на длине волны 1550 нм. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 5.6. Излучение от лазерного диода фокусируется на внутреннюю поверхность призмы для связи с резонатором. К точке фокусировки подносится микрорезонатор, в котором возбуждаются МШГ моды, рэлеевское рассеяние от которых возвращается обратно лазер (черная стрелка) и далее происходит затягивание частоты лазерного диода модой резонатора. Излучение после призмы через систему линз (Л1 и Л2) заводится в одномодовое волокно и подается на осциллограф (ОСЦ), оптический спектроанализатор (ОСА) и электрический спектроанализатор (ЭСА).

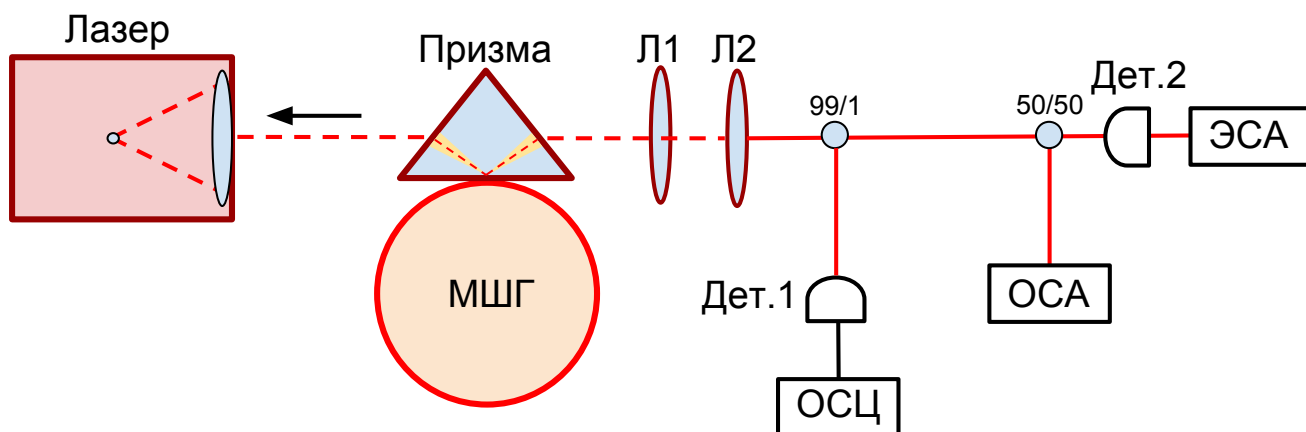


Рисунок 5.6 — Экспериментальная установка. Лазер–1550 нм (одночастотный/многочастотный диод); МШГ резонатор; Л1/2–линзы; Дет.1/2–детектор; ЭСА–электрический спектроанализатор; ОСА–оптический спектроанализатор; ОСЦ–осциллограф.

В эксперименте использовался микрорезонатор из  $\text{MgF}_2$ . На длинах волн, превышающих 1440 нм,  $\text{MgF}_2$  имеет аномальную дисперсию групповой скорости и относительно небольшой коэффициент терморелракции. Аномальная ДГС позволяет без использования дополнительных методов добиться выполнения условий фазового синхронизма для гиперпараметрической генерации гребенки. В этом диапазоне длин волн может быть достигнута высокоэффективная генерация керровских частотных гребенок, в том числе в солитонном режиме [68]. Нагруженная добротность резонатора составляла  $\sim 10^9$ . Рэлеевское поверхностное рассеяние, приводит к образованию обратной волны на частоте, смещенной максимум на 100 кГц от прямой. Обратная волна отражается обратно в лазер в результате рассеяния, что приводит к затягиванию лазерной частоты – частотой МШГ резонанса [68].

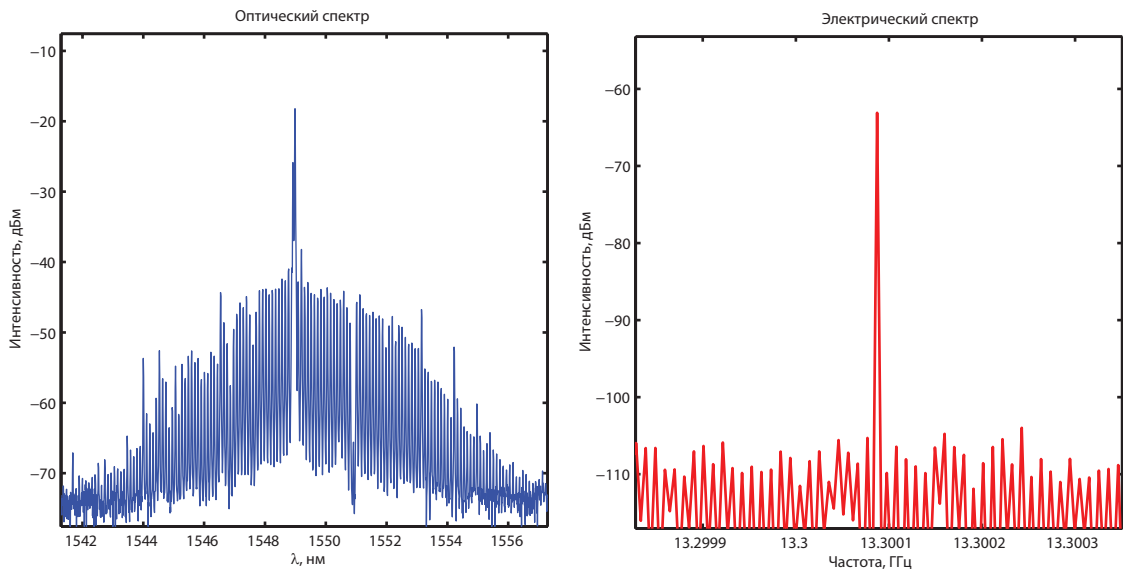


Рисунок 5.7 — Слева: Оптически спектр солитонной гребенки генерируемой в  $\text{MgF}_2$  микрорезонаторе в режиме затягивания диода с распределенной обратной связью. Справа: РЧ сигнал биений линий полученной гребенки на межмодовой частоте микрорезонатора 13.3 ГГц.

Путем накачки резонатора  $\text{MgF}_2$  непрерывным диодом с распределенной обратной связью ( $P \sim 10$  мВт) наблюдалось, как затягивание частоты диода модой микрорезонатора, так и параллельно генерация оптической солитонной гребенки. На рисунке 5.7 слева представлен оптический спектр солитона шириной  $\sim 20$  нм с частотным интервалом 13.3 ГГц. Справа показан спектр биений линий гребенки в СВЧ области, детектировавшийся на высокочастотном фотодетекторе. Радиочастотный сигнал отсутствует, когда нет гребенки. Изменение

отстройки частоты диода приводит к появлению хаотических колебаний и шумной гребенки без фазовой синхронизации.

### 5.3 Затягивание и генерация солитонов с многочастотным диодом

Для создания мощного источника когерентного излучения важно было проверить возможность возникновения эффекта затягивания частоты при накачке микрорезонатора лазерным диодом, имеющим сравнительно широкий и мощный спектр. Мощность многочастотных ФП диодов составляет несколько сотен милливатт, по сравнению с одночастотными (несколько десятков милливатт), это дает конкурентные преимущества в использовании подобных затянутых лазеров в различных приложениях. Сужение ширины лазерной линии в данном случае происходит после порога генерации лазерного диода, а микрорезонатор обеспечивает слабую оптическую обратную связь ( $P(\text{обратной})/P(\text{прямой}) < 10^{-4}$ ) [7]. Только небольшая часть лазерного оптического излучения, рассеянного в микрорезонаторе, возвращается в лазер, обеспечивая обратную связь, приводящую к высокой выходной мощности суженной ширине линии и высокой стабильности частоты лазера. Ранее для затягивания и генерации оптической гребенки использовались только одночастотные предварительно стабилизированные диодные лазеры с распределенной обратной связью [7; 64].

#### 5.3.1 Измерение уровня обратной связи при стабилизации многочастотных диодов

Обычно при стабилизации лазерного диода внешним резонатором уровень сигнала обратной связи составляет десятки процентов - сильная связь [55]. При стабилизации диода модой МШГ резонатора наоборот, уровень обратной связи слабый и составляет несколько процентов [62]. В данном разделе представлены

результаты по измерению уровня обратной связи при накачке микрорезонатора многочастотным диодом.



Рисунок 5.8 — Слева: схема измерений резонансного рэлеевского рассеяния при связи полупроводникового лазерного диода с микрорезонатором через призму; справа: фотография компактного расположения микрорезонатора, призмы и фокусирующей градиентной линзы в эксперименте.

Схема измерения представлена на рис. 5.8. Излучение лазерного диода (многомодовый лазерный диод с центральной длиной волны  $\lambda \sim 1550\text{нм}$ ) при помощи градиентной линзы (0.23Р) фокусировалось на внутреннюю поверхность призмы (материал ВК-7). Между градиентной линзой и призмой была установлена тонкая ( $h \sim 300\text{ мкм}$ ) кварцевая пластинка под углом 45 градусов к оптической оси градиентной линзы.

Излучение на выходе из призмы измерялось детектором  $D_1$ . Излучение, возникающее в резонаторе в результате рэлеевского рассеяния и обеспечивающее оптическую обратную связь, измерялось детектором  $D_2$ , в который попадало излучение отраженной от двух поверхностей ( $\sim 20\%$  для неполяризованного света) кварцевой пластинки. Детекторы  $D_1$  и  $D_2$  одинаковы.

Картина на осциллографе для прямой и обратной волны при перестройке тока лазера (и, соответственно, связанной с ним частоты генерации) пилообразным сигналом показана на рис. 5.9. Синяя линия – прямая волна, красная – обратная волна (интенсивность увеличена в 100 раз). Ширина затягивания –прямоугольные отклики на рисунке, составляет 500 МГц – 1 ГГц (для различных резонансных мод), и измерена при последовательном включении кольцевого резонатора с известным межмодовым интервалом.

Для оценки мощности обратной волны, связанной с рэлеевским рассеянием, фиксировались показания детекторов (измерителей мощности)  $D_1$  и  $D_2$  при настройке лазерного диода в резонанс и вне резонанса при минимальном изменении тока. В резонансе показания диода  $D_2$  возрастают на 3 мВт, а показания диода  $D_1$  изменяются с 6 мВт до 5 мВт. Это значит, что мощность излучения вошедшего в резонатор составляет примерно 1 мВт (эффективность

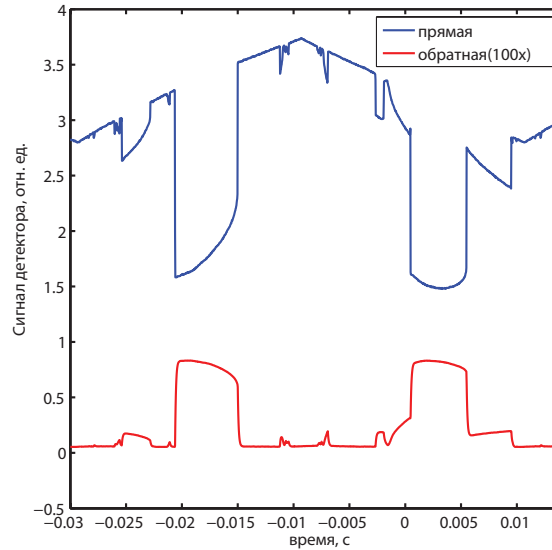


Рисунок 5.9 — Резонанс микрорезонатора из  $\text{MgF}_2$  при перестройке частоты многомодового лазерного диода током. Резкие края резонанса свидетельствуют о захвате лазером частоты микрорезонатора (self-injection locking). Синяя линия - прямая волна, красная линия - обратная (интенсивность увеличена в 100 раз).

связи  $\sim 15\%$ ). Считая, что от двух поверхностей кварцевой пластинки отражается  $\sim 20\%$  света (поляризация не контролировалась), мощность рэлеевского рассеяния в резонансе составила  $\sim 15$  мкВт. Уровень обратной связи по мощности равен примерно  $2.5 \times 10^{-3}$ . Это характеризует режим слабой оптической связи, необходимой для оптимального режима затягивания [62]. Аналогичные измерения при стабилизации лазерного диода другими МШГ модами, дали близкую оценку уровня оптической связи  $10^{-3} - 10^{-4}$ .

### 5.3.2 Затягивание многочастотных лазерных диодов

В работе использовалось несколько многочастотных пространственно одномодовых лазерных диодов с шириной спектра  $\sim 10$  нм. Расстояние между линиями генерации  $\Delta\omega = c/2\pi Ln$ , где  $c$  – скорость света,  $L = 1.5$  и  $2.5$  мм – длина чипа,  $n = 3.154$  – показатель преломления чипа, составляет  $\sim 28.3$  ГГц (1.5 мм) и  $\sim 17.6$  ГГц (2.5 мм). Всего в спектре  $\sim 50$  линий, которые не синхронизированы между собой. Вид оптического спектра для различных диодов представлен на рисунке 5.10 (а, с, е).

На рисунках 5.10 (b, d, f) представлены результаты сужения спектра генерации многочастотного лазерного диода за счет эффекта затягивания. Схема



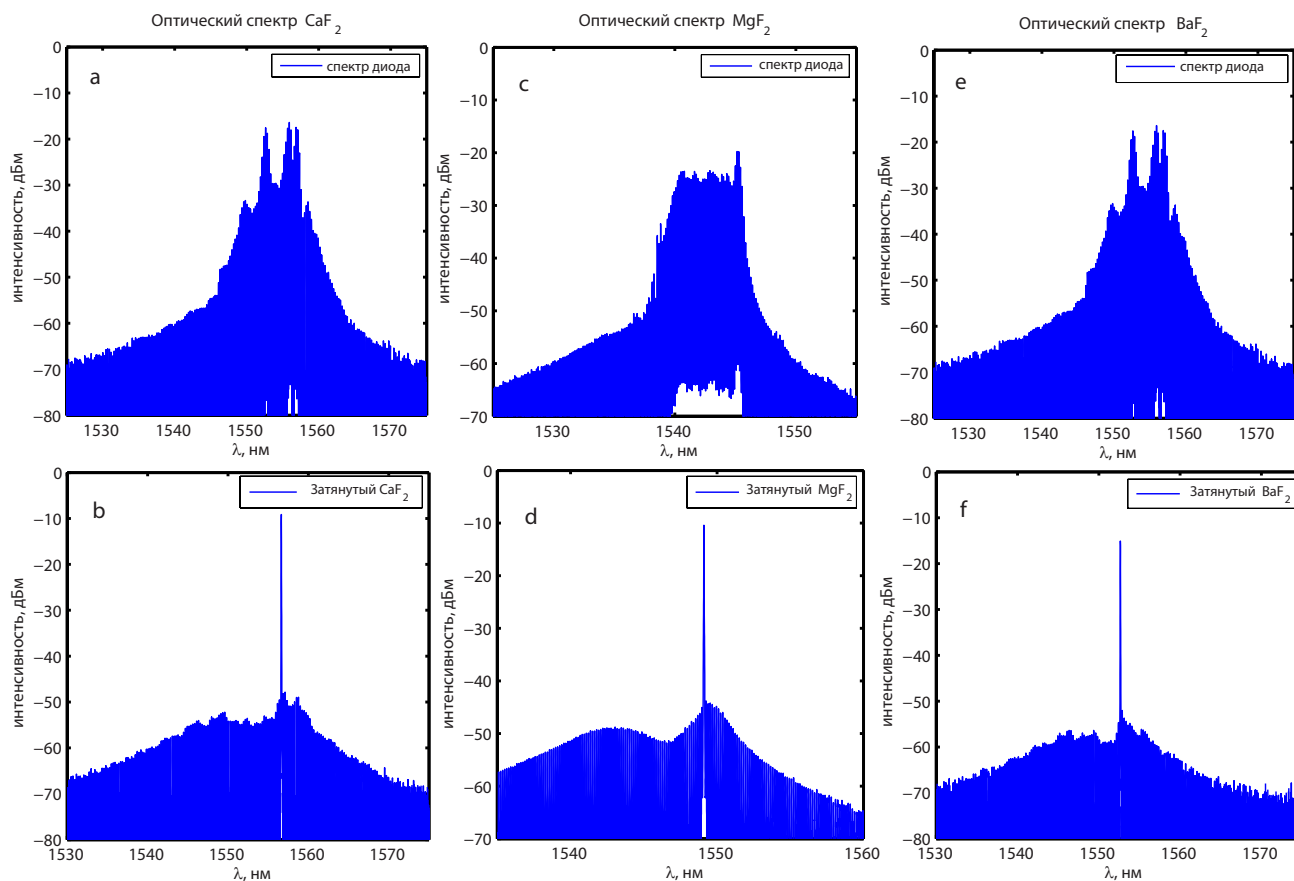


Рисунок 5.10 — Сужение спектра многомодового лазерного диода при его стабилизации модой микрорезонатора: (а) спектр генерации многомодового лазерного диода шириной  $\sim 10$  нм; (b)-(d) спектры генерации лазерного диода, стабилизированного модой микрорезонатора из  $\text{MgF}_2$ ,  $\text{CaF}_2$  и  $\text{BaF}_2$ . Добротность всех МШГ резонаторов составляла  $\sim 10^9$ . Ширина линии соответствует аппаратной функции спектроанализатора (0.02 нм).

экспериментальной установки в точности повторяет рис. 5.6. Затянутый спектр имеет характерный асимметричный вид. Причем для диода с межмодовым интервалом ФП резонатора 17.4 ГГц (5.10 [d]) асимметричность проявляется наиболее явно, чем для диодов с межмодовым интервалом 29 ГГц. В качестве теоретического объяснения данного эффекта была предложена модель стимулированного рассеяния лазерного излучения на динамической неоднородности электронной плотности [137].

Таким образом для всех материалов микрорезонаторов спектр генерации уменьшается до одной узкой линии, при этом из-за конкуренции мод диода происходит перераспределение полной энергии в одну линию. Интенсивность одной линии возрастает на  $\sim 10$  дБм по сравнению с начальной интенсивностью линий диода без стабилизации. За счет использования МШГ микрорезонатора в качестве внешнего резонатора удастся получить узкий спектр, с большой выходной мощностью ( $\sim 50\%$  от суммарной мощности диода больше 50 мВт), что явля-

ется дополнительным преимуществом по сравнению с использованием лазеров с распределенной обратной связью с максимальной мощностью  $\sim 20$  мВт [7]. Следует отметить следующее: из множества мод лазерного резонатора только одна находится наиболее близко к резонансу МШГ (при различных межмодовых интервалах ФП резонатора лазера и микрорезонатора) и именно для нее имеет место эффект затягивания. При этом другие моды, благодаря сложной нелинейной динамике, подавляются. Дело в том, что наиболее интенсивная мода «выжигает» инверсную населенность, тем самым лишая остальные моды источника энергии. Данное явление известно так же как энергетическая конкуренция мод [138]. Таким образом, происходит перекачка дополнительной энергии в затянутую моду лазера, интенсивность которой в результате увеличивается. Причем, затягивается, как правило, не центральная мода спектра лазера, а мода, смещенная на несколько межмодовых интервалов лазера. Теоретически данный эффект объясняется и моделируется в работе [139], где многочастотный лазерный диод стабилизируется внешним Фабри-Перо резонатором с уровнем обратной связи  $\sim 0.1$ .

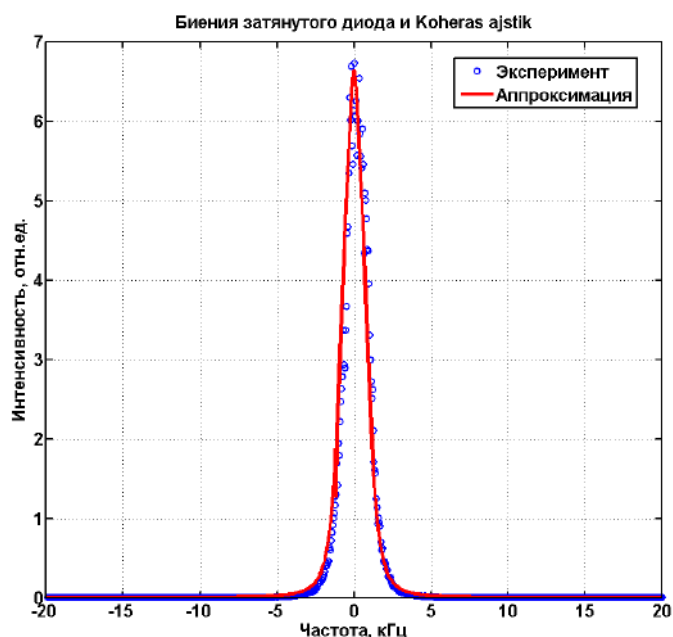


Рисунок 5.11 — Спектр биений многомодового лазерного диода  $\lambda \sim 1550$  нм, стабилизированного микрорезонатором, с одночастотным лазером Koheras с шириной линии  $\sim 0.1$  кГц. Синие точки – эксперимент, красная кривая – аппроксимация. Спектр биений свидетельствует, что ширина линии стабилизированного МШГ резонатором многомодового лазерного диода составляет порядка 1.5 кГц.

Ширина линии затянутого лазерного диода измерялась путем его гетеродинирования с лазером НКТ Koheras Adjustik с паспортной шириной линии

$< 0.1$  кГц. Биения двух лазеров детектировались высокочастотным детектором, а ширина линии измерялась на электрическом спектроанализаторе с разрешением 1 кГц. На рисунке 5.11 представлен результат гетеродинирования затянутого лазерного диода (синие точки). Для аппроксимации (красная линия) использовался полином по степеням обратных частот  $f(x) = \sum_{i=2}^{i_{max}} a_i / (1 + (|f|/b_i)^i)$  до 4-го порядка, для учета различного типа шумов. В итоге, аппроксимация дает ширину линии  $\sim 1.5$  кГц. Используемый вид аппроксимирующей функции позволяет точно проследить основные шумы в системе, ответственные за уширение линии [140]. Член  $1/f^3$ - соответствует фликкер-шуму диодного лазера. Член  $1/f^4$ - соответствует случайному уходу частоты. Аппроксимация только по лоренцовым крыльям  $1/f^2$ , без учета шумов более высокого порядка, дает ширину линии 600 Гц.

Была измерена девиация Аллана для различных временных задержек и для различных лазеров. Свободного одночастотного с распределенной обратной связью с эталонным – красная кривая, затянутый одночастотный с распределенной обратной связью с эталонным – черная кривая, koheras лазер с эталонным – зеленая кривая, двух многочастотных диодов в режиме затягивания между собой – синяя кривая, двух эталонных – розовая кривая. В качестве эталонного лазера использовался лазер с выходной мощностью 10-20 мВт, амплитудными шумами -140 дБм и шириной линии порядка единиц килогерц. Сводные графики представлены на рис. 5.12. Формула для вычисления девиации Аллана задается следующим выражением,

$$\sigma^2 = \frac{1}{2m^2(M - 2m + 1)} \sum_j^{M-2m+1} \sum_{i=j}^{j+m-1} (y_{j+m} - y_i)^2. \quad (5.24)$$

Где  $N = M + 1$  значения частоты, расположенные на интервале измерений  $\tau$ ,  $m$ –промежуток усреднения. Из графиков рис. 5.12 видно что по сравнению с не затянутыми диодами с распределенной обратной связью (красная кривая), затянутые значительно стабильнее (черная кривая) и обладают меньшей флуктуацией частоты. Суммарный дрейф частоты составляет 1 – 2 МГц и сравним с дрейфом частоты опорного лазера (розовая кривая) и лазером Koheras (зеленая кривая). Также на коротких временах стабильность МШГ в несколько раз лучше, чем у остальных. Стабильность двух многочастотных затянутых диодов представлена синей кривой. В данном измерении два многочастотных

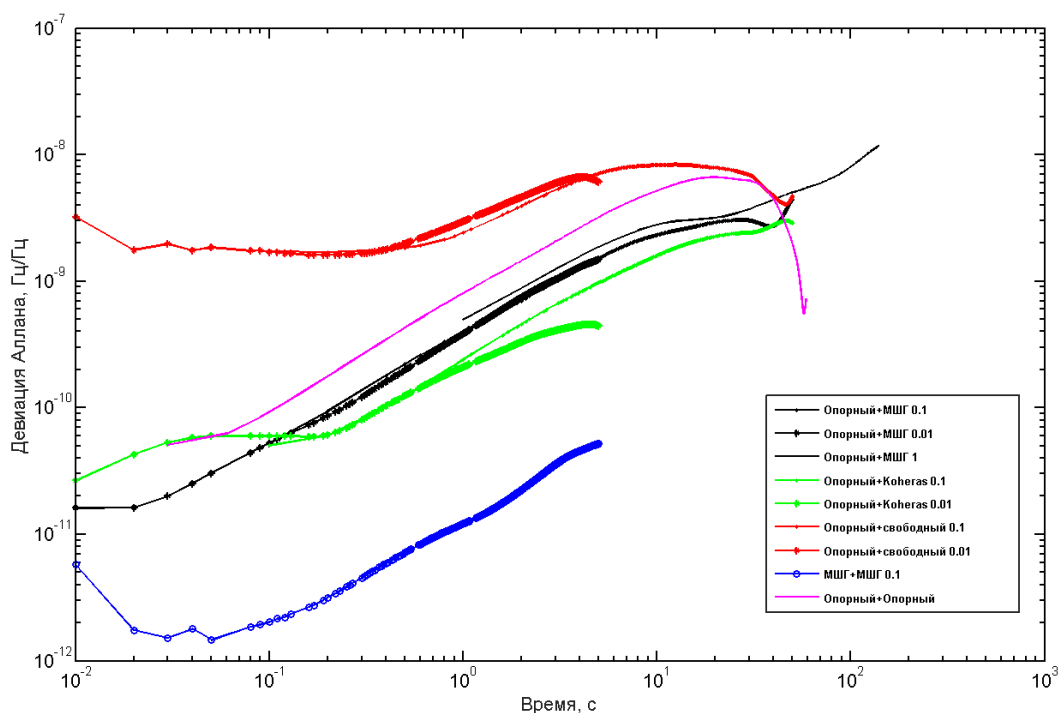


Рисунок 5.12 — Девиация Аллана для различных лазерных конфигураций с опорным лазером. Розовый — девиация двух опорных лазеров. Красный — девиация одночастотного диода с распределенной обратной связью без МШГ стабилизации, черный — девиация с затянутым диодом с распределенной обратной связью, синий — девиация двух затянутых многочастотных диода, зеленый — девиация с Koheras Ajastik.

лазерных диода стабилизировались одним микрорезонатором, поэтому относительный температурный сдвиг частот был одинаковым. Соответственно девиация Аллана для них имеет наименьшее значение, т.е. относительный дрейф частоты в данной конфигурации 100-200 кГц. Стоит отметить, что лазер на основе многочастотного диода и микрорезонатора намного компактнее основных узких и мощных лазеров, представленных на рынке. Это дает преимущества в использовании подобных лазеров в компактных и интегрированных схемах, при сравнимых выходных мощностях.

В качестве тестового образца, на данном этапе развития у нас в лаборатории был создан прототип МШГ лазера на основе затянутого многочастотного диода. Фотография макета в сборке представлена на рис. 5.13. Многочастотный открытый диод с максимальной мощностью 200 мВт (длина волны 1550 нм) через градиентную линзу фокусируется в призму, выходное излучение аналогично градиентной линзой заводится в волокно. Система температурно стабилизируется элементом Пельтье. Микрорезонатор на приклеенной подставке с помощью пьезо подачи точно подводится к призме. Выходные характеристики лазера аналогичны характеристикам измеренным и описанным выше.

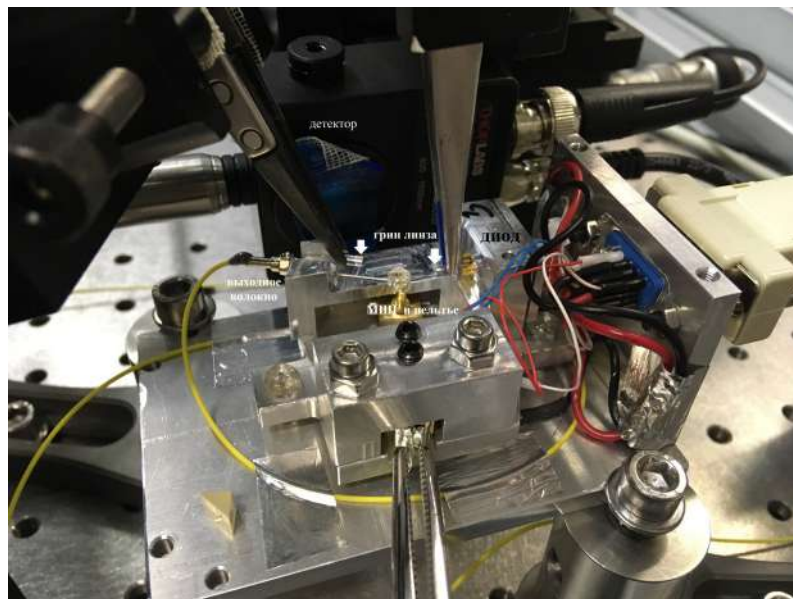


Рисунок 5.13 — Фотография МШГ лазера в сборке.

### 5.3.3 Генерация ДКС при накачке многочастотным диодом

Традиционный подход к получению ДКС в микрорезонаторах основан на использовании одночастотных перестраиваемых диодных лазеров с внешним резонатором (ECDL) в качестве накачки. Ширина линии таких лазеров, сравнима с шириной линии резонанса в микрорезонаторе (100кГц–10МГц). Данные лазеры как правило имеют большой размер и не могут использоваться для компактного источника оптической гребенки.

Другой подход для генерации ДКС основан на накачке микрорезонатора с использованием относительно широкого (10–100 ширины резонансных линий) компактного лазерного диода. В этом случае роль микрорезонатора двойка: 1) во-первых, он работает как внешний резонатор, селективирует и сужает ширину линии лазера с помощью эффекта затягивания (обратное рэлеевское рассеяние) [60; 61] и 2) во вторых, происходит эффективная генерация оптических солитонных керровских гребенок [63]. Здесь впервые экспериментально показано что для генерации ДКС можно использовать мощные многочастотные диоды, работающие в режиме затягивания.

В экспериментах по генерации солитонов с многочастотными диодами использовалась схема установки в точности повторяющая рис. 5.6. Микрорезонатор из  $MgF_2$  имел диаметр 5 мм (межмодовый интервал 12.5 ГГц), радиус бокового выступа 300 мкм. На рис. 5.14 показана МШГ мода в режиме затягивания

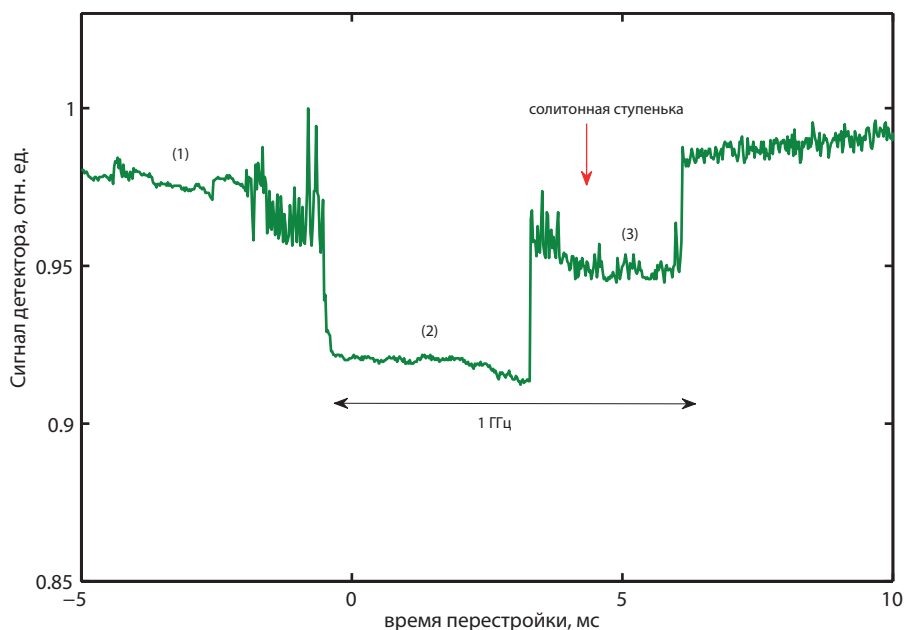


Рисунок 5.14 — Сигнал с фотодетектора при перестройке лазерного диода, с затягиванием частоты генерации диода, модой микрорезонатора с характерной солитонной ступенькой. Ширина затягивания  $\sim 1$  ГГц.

при сканировании частоты лазерного диода. В данном режиме характерный вид резонансной моды является не лоренцем, а прямоугольником с резкими краями. Ширина затянутой полосы составила 1 ГГц и измерялась с помощью последовательно включенном в схему кольцевым волоконным резонатором с известным межмодовым интервалом. Области резонансной моды в режиме затягивания, аналогичны режимам при генерации ДКС при накачке узким лазером (рис. 4.1). Область (1) соответствует случаю отсутствия затягивания. Область (2) соответствует режиму затягивания и генерации шумных гребенок. Область (3) соответствует типичному виду солитонной ступеньки, наличие которой подтверждает, что в резонаторе существуют синхронизированные импульсы или солитоны.

Для генерации гребенок необходимо чтобы ширина линии лазера была меньше чем ширина линии МШГ резонанса. При добротности  $10^9$  ширина линии резонанса составляет 200 кГц. Таким образом, в схеме с использованием микрорезонатора в качестве внешнего резонатора для стабилизации лазерного диода, затянутый многочастотный диод излучает на одной частоте, с шириной линии  $\sim 1$  кГц. Поэтому автоматически становится возможно генерировать солитоны.

В измерениях с многочастотными широкополосными диодами впервые были получены керровские гребенки на различных длинах волн 1535 нм и 1650 нм.

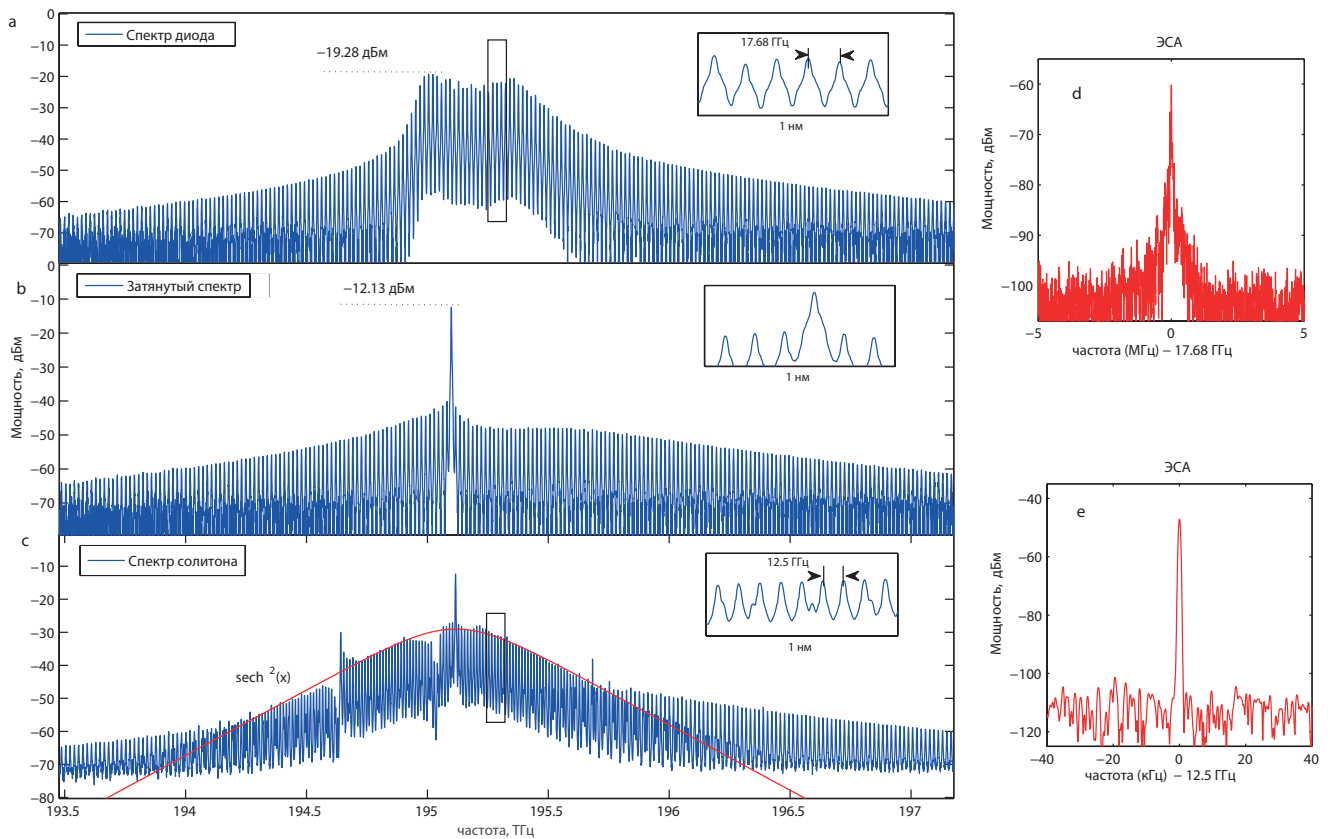


Рисунок 5.15 — Изменение оптического спектра при накачке микрорезонатора из  $\text{MgF}_2$  (межмодовый интервал  $\sim 12.5$  ГГц) многочастотным диодом с центральной длиной волны  $\lambda = 1535$  нм мощностью  $P \sim 100$  мВт. (а) Спектр диода без резонатора; (б) Спектр диода затянутого модой микрорезонатора; (с) Спектр солитона генерируемого затянутым диодом; (д) Биения на межмодовой частоте диода с шириной линии  $\sim 1$  МГц; (е) Биения солитонной гребенки на межмодовой частоте микрорезонатора, свидетельствующие о высококогерентном режиме.

Оптические спектры процесса генерации солитона изображены на рис. 5.15 для многочастотного диода на длине волны 1535 нм. На рис. 5.15(а) — представлен спектр диода без резонатора (область (1) из рис. 5.14), межмодовый интервал 17.6 ГГц, после в схему включается микрорезонатор и происходит затягивание частоты лазерного диода и спектр генерации диода преобразуется в одну линию (шириной несколько кГц, соответствует области (2) рис. 5.14). Затем отстройкой частоты диода внутри диапазона затягивания происходит настройка на солитонную ступеньку, на которой образуется солитон (область (3) рис. 5.14). Режимы настройки на солитон иллюстрирует рис. 5.14 при движении слева направо (т.е. уменьшению частоты). К тому же еще один плюс данной методики в том, что настройка на солитонную ступеньку происходит автоматически, без использования внешнего генератора, как в [3]. В микрорезонаторе существует многосолитонные режимы ДКС, которые образуются с большей вероятностью чем односолитонные (описано в главе выше). При генерации солитонов в режи-

ме затыгивания наоборот всегда происходит генерация односолитонного режима.

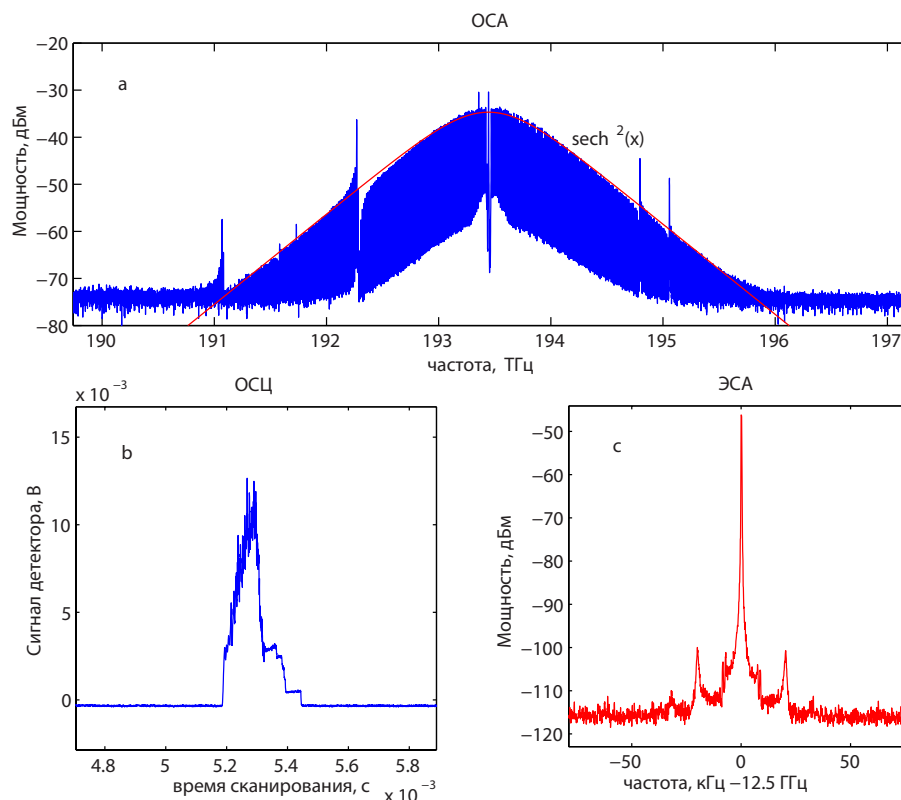


Рисунок 5.16 — Односолитонный спектр, генерируемый узким лазером при связи с растянутым волокном в том же резонаторе. (а) оптический солитонный спектр; (б) резонансная мода с характерными солитонными ступеньками при перестройке частоты диода; (с) биения гребеночных линий на 12.5 ГГц.

Для подтверждения того, что в эксперименте выше был обнаружен оптический солитон, данный резонатор был проверен при накачке одночастотным лазером. Использовался непрерывный лазер (Koheras AdjustiK) на длине волны 1550 нм.

Мощность лазера составляла 200 мВт. Связь с микрорезонатором осуществлялась через растянутое оптическое волокно. Полученный односолитонный спектр представлен на рис. 5.16(а). Ширина спектра составила 40 нм, красная линия иллюстрирует  $\text{sech}^2(x)$  аппроксимацию. Накачка лазера была вырезана фильтром на основе брэгговской решетки. Характерные солитонные ступеньки на резонансной моде, показаны на рис. 5.16(б). Биения оптической гребенки на рис. 5.16(с) имеют ту же частоту 12.5 ГГц что и при накачке многочастотным лазерным диодом (рис. 5.15(е)). Огибающие спектров солитона на рис. 5.15(с) и рис. 5.16(а) имеют одинаковую структуру. Особенно это подтверждает пересечение мод, которое на спектре выражено в локальном искажении



спектра солитона. Связано это с наличием близкой моды к резонансной, из другого семейства, которая локально изменяет дисперсию основной моды, за счет чего происходит искажение спектра генерации гребенки [141]. Таким образом, виды спектров и характеристики биений дополнительно свидетельствуют о том, что с многочастотным диодом в режиме затягивания был возбужден тот же ДКС.

В отличие от диодов с распределенной обратной связью, многочастотные диоды на порядок более мощные и доступны для разных длин волн, что важно для целого ряда приложений. Например, была получена солитонная гребенка с центральной длиной волны вблизи 1650 нм (рис. 5.17), где располагаются особенности в спектре поглощения метана. Прецизионная спектроскопия двойной частотной гребенки в спектральной области  $\sim 1650$  нм может позволить измерить очень небольшие концентрации этого газа.

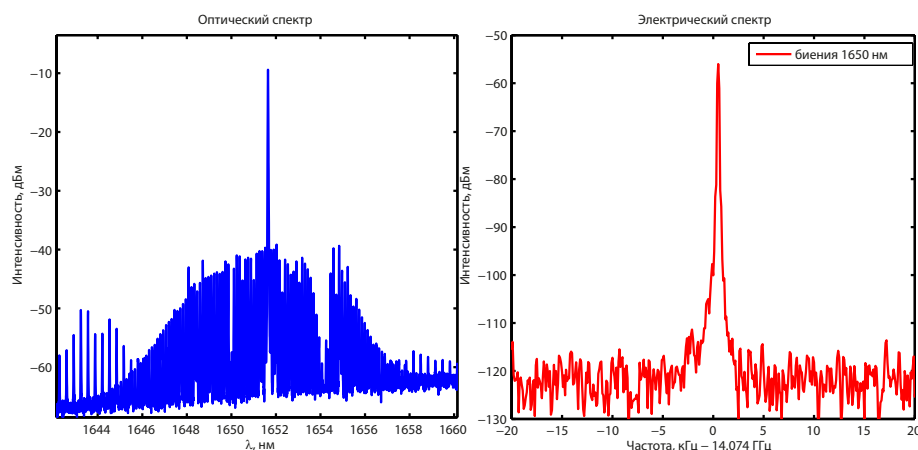


Рисунок 5.17 — (а) оптический спектр солитонной гребенки при накачке микрорезонатора из  $\text{MgF}_2$  (межмодовая частота  $\sim 14$  ГГц) многочастотным диодом с центральной длиной волны  $\lambda = 1650$  нм мощностью  $P \sim 40$  мВт. (б) Спектр межмодовых биений гребенки шириной  $< 1$  кГц.

На рис.5.17 приведен спектр когерентной гребенки, сгенерированной с использованием многочастотного диода 1650 нм. Слева представлен оптический спектр в режиме затягивания частоты лазера МШГ модой резонатора, справа представлен результат гетеродинирования данной гребенки на электронном спектроанализаторе, причем ширина линии биений (beatnote)  $< 1$  кГц что говорит о высокой когерентности линий гребенки относительно друг друга.

### 5.3.4 Многочастотные режимы генерации лазерного диода, стабилизированного микрорезонатором

Одной из особенностей стабилизации лазерных диодов с множеством продольных мод с помощью микрорезонатора являются стабильные многочастотные режимы генерации, когда итоговый спектр генерации стабилизированного диода представляет собой две или более линий, находящихся на расстоянии нескольких нанометров (обычно  $\sim 10$  нм). Многочастотные режимы генерации, достигаемые в компактных устройствах на основе всего лишь одного микрорезонатора, могут представлять интерес для спектроскопии, создания оптических источников терагерцового излучения и других перспективных приложений.

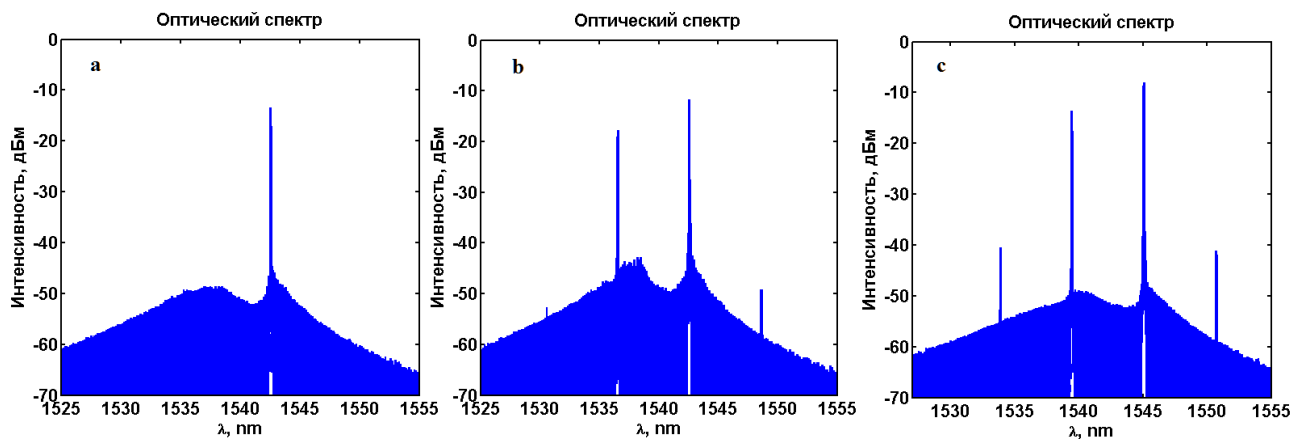


Рисунок 5.18 — Режимы генерации лазерного диода  $\lambda = 1550$  нм в результате стабилизации микрорезонатором. **а.** Одночастотный режим. **б.** Двухчастотный режим. **с.** Четырехчастотный режим.

Помимо сужения многочастотного спектра диода в одну узкую линию, наблюдается эффект затягивания, результатом которого являются многочастотные режимы. То есть затягивание происходит не на одной моде микрорезонатора и диода, а на нескольких. Данный эффект возникает когда одновременно несколько разных мод диода стабилизируются несколькими модами микрорезонатора. Затягивание происходит на нескольких модах, отстоящих друг от друга на частотный интервал кратный межмодовому интервалу резонатора (обычно  $\sim 100$  ОСД). При этом конкуренция мод вблизи каждой затянутой частоты действует, как и в одночастотном затягивании: весь спектр в окрестности резонансной частоты подавляется, и энергия перераспределяется в пользу одной или нескольких узких спектральных линий. Данную ситуацию изображает рис. 5.18, где показаны: (а)–одночастотный режим, (б)–двухчастотный режим

и (с)–четырёхчастотный режим. Режимы (b) и (с) не уступают по стабильности режиму а. Расстояние между суженными линиями порядка 10 нм (1 ТГц в частоте).

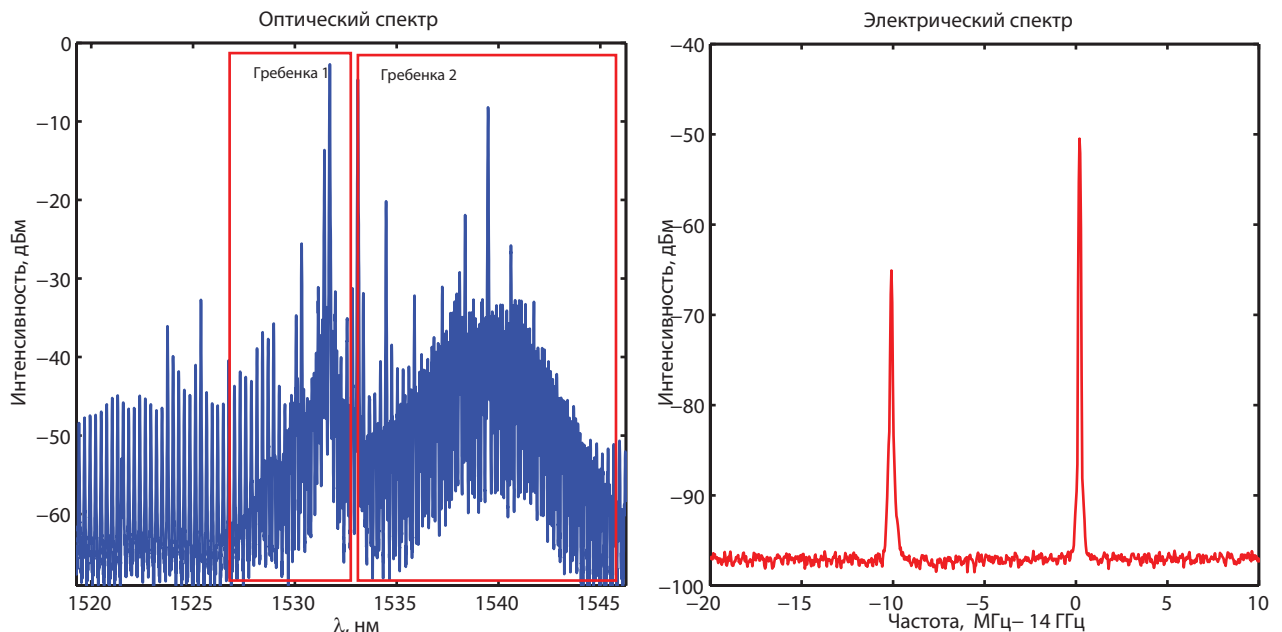


Рисунок 5.19 — Слева: оптический спектр генерации двух солитонных гребенок одновременно при накачке микрорезонатора многочастотным лазерным диодом ( $\lambda = 1535$  нм). Справа: Спектр межмодовых биений гребенок на межмодовой частоте микрорезонатора с шириной пиков  $< 1$  кГц.

В эксперименте многочастотный режим генерации приводит, в частности, к генерации одновременно двух солитонных оптических гребенок в одном микрорезонаторе (рис. 5.19), возникающих вблизи разных затянутых мод резонатора. Солитонные гребенки возбуждаются на модах из разных семейств с различным межмодовым расстоянием (ОСД). На рис. 5.19 слева приведен оптический спектр, на котором видно возбуждение двух гребенок одновременно. На рис. 5.19 справа приведен радиочастотный спектр с двумя пиками, соответствующими межмодовым биением одной и второй гребенки. Разница ОСД двух гребенок составляет  $\sim 10$  МГц.

#### 5.4 Выводы к главе 5

Проанализирован процесс затягивания диодного лазера в микрорезонаторе с высокой добротностью и найдены простые аналитические формулы для

ширины линии затягивания и результирующей ширины линии лазера. Установлено, что диапазон затягивания пропорционален отношению параметров микрорезонатора к качеству лазера, которые могут быть чрезвычайно высокими. Кроме того, было обнаружено, что увеличение ширины линии лазера является квадратично зависящим от добротности, что с учетом высокой добротности микрорезонаторов позволяет сузить линию лазера до нескольких десятков герц. По оценкам, ограничение стабильности расстояния между лазером и микрорезонатором составило порядка нанометров. Все аналитические оценки хорошо согласуются с экспериментальными результатами.

Одним из важных результатов данной главы является генерация солитонных гребенок при накачке микрорезонатора сравнительно мощным ( $\sim 100 - 200$  мВт) лазерным диодом с набором продольных мод в спектральном диапазоне шириной  $\sim 10$  нм. Расстояние между модами определяется длиной лазерного чипа (резонатора Фабри Перо) и составляет  $\sim 17 - 29$  ГГц для чипов длиной  $\sim 1.5 - 2.5$  мм с центральной длиной волны генерации в районе  $\sim 1550$  нм. Считалось, что дополнительные спектральные моды приведут к шумному режиму генерации. В нашей работе было обнаружено, что использование диодов с множеством продольных мод для генерации гребенки позволяет достичь стабильных режимов. При этом за счет дополнительного механизма конкуренции продольных мод в условиях оптической обратной связи до 50% мощности лазерного диода преобразуется в мощность одночастотного излучения с шириной линии генерации  $< 1$  кГц. Высокая мощность лазера на частоте моды резонатора позволяет эффективно сгенерировать более мощную солитонную гребенку с использованием компактного лазерного диода.

## Заключение

Ниже приведены основные результаты данной работы:

1. Разработана методика создания кристаллических микрорезонаторов на прецизионном станке алмазного точения. Найдены оптимальные параметры для точения (скорость вращения шпинделя, глубина захода) широкого класса диэлектрических материалов ( $\text{MgF}_2$ ,  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{BaF}_2$ ,  $\text{SrF}_2$ ,  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiTaO}_3$ ).
2. Разработан элемент связи для кристаллических МШГ микрорезонаторов на основе волноводного чипа из нитрида кремния и кварца  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SiO}_2$ . Экспериментально получены следующие характеристики для связи:  $\text{SrF}_2$  максимальная добротность  $1.5 \times 10^8$  и эффективность связи 85%,  $\text{BaF}_2$  максимальная добротность  $8.7 \times 10^7$  и эффективность связи 95%.
3. Проведен теоретический и численный анализ электрооптического взаимодействия в микрорезонаторе из ниобата лития: произведен расчет оптимальных параметров микрорезонатора и СВЧ резонатора. Экспериментально продемонстрирована модуляция в диапазоне [200–900] МГц, с полуволновым напряжением  $V_\pi = 0.5$  В.
4. Представлена методика по созданию компактного источника двойной оптической гребенки для спектроскопии или ЛИДАР приложений на основе двух одинаковых резонаторов, выточенных на одном цилиндре с разницей межмодовых интервалов 1.62 МГц (разница в радиусах  $\sim 500$  нм), и преобразовано 4 ТГц оптического диапазона около 1550 нм в 300 МГц радиочастотного диапазона около 1.07 ГГц. Также продемонстрирован источник двойной оптической гребенки на основе одного микрорезонатора на разных семействах мод с разницей межмодовых частот 655 кГц. Экспериментально показано преобразование 4 ТГц оптического диапазона в 200 МГц радиодиапазона вокруг 4.8 ГГц.
5. Численно и экспериментально показан детерминированный переход в односолитонный режим с помощью фазовой и амплитудной модуляции накачки на межмодовой частоте микрорезонатора.

6. Осуществлен теоретический анализ затягивания частоты лазерного диода модой высокодобротного микрорезонатора, используя обратное рассеяние Рэлея. Получены простые аналитические формулы для ширины полосы затягивания и результирующей ширины суженной линии лазера. Экспериментально измерена ширина линии затягивания для многочастотных диодов, которая составила  $\sim 1$  кГц. Также впервые продемонстрирована генерация солитонов в микрорезонаторах с использованием многочастотных лазерных диодов.

### Благодарности

Хотелось бы выразить благодарность своему научному руководителю Михаилу Леонидовичу Городецкому за предоставленную возможность работать в лаборатории, участвовать в интересных проектах и полезных дискуссиях. Особую благодарность выражаю научному консультанту Николаю Николаевичу Колачевскому за курирование результатов работы и Сергею Николаевичу Коптяеву без которого данная работа не была бы выполнена в полном объеме.

Также благодарю Григория Васильевича Лихачева, Валерия Евгеньевича Лобанова, Никиту Михайловича Кондратьева, Андрея Сергеевича Волошина, Артема Витальевича Черенкова, Игоря Антоновича Биленко, Александра Сергеевича Городницкого и Артема Евгеньевича Шитикова за помощь в экспериментальной работе и теоретическом анализе результатов, за создание дружелюбной и рабочей обстановки в лаборатории.

**Список сокращений и условных обозначений**

- ММШГ–микрорезонатор с модами шепчущей галереи  
МШГ–моды шепчущей галереи  
ДКС–диссипативные керровские солитоны  
ФМ–фазовая модуляция  
АМ–амплитудная модуляция  
ОСД–межмодовое расстояние или область свободной дисперсии (free spectral range)  
ЧПУ–числовое программное управление  
ДГС–дисперсия групповой скорости  
ФП–резонатор Фабри–Перо  
ЭОМ–электрооптический модулятор  
ИМЦ–Интерферометр Маха-Цендера  
ЛИДАР–транслитерация LIDAR (Light Identification Detection and Ranging)  
DFB лазер–лазер с распределенной обратной связью

## Список литературы

1. Rayleigh Lord / CXII. The problem of the whispering gallery // *Philos. Mag.* — 1910. — Vol. 20, no. 120. — Pp. 1001–1004.
2. Braginsky V. B., Gorodetsky M. L., Ilchenko V. S. / Quality-factor and non-linear properties of optical whispering-gallery modes // *Phys. Lett. A.* — 1989. — Vol. 137, no. 7. — Pp. 393–397.
3. Herr T., Brasch V., Jost J. D. et al. / Temporal solitons in optical microresonators // *Nat. Photonics.* — 2014. — Vol. 8. — P. 145.
4. Hofer J., Schliesser A., Kippenberg T. J. / Cavity optomechanics with ultra-high-Q crystalline microresonators // *Phys. Rev. A.* — 2010. — Vol. 82.
5. Pavlov N. G., Lihachev G., Koptyaev S. et al. / Soliton dual frequency combs in crystalline microresonators // *Opt. Lett.* — 2017. — Vol. 42, no. 3. — Pp. 514–517.
6. Suh M.-G., Yang Q., Yang K. Y. et al. / Microresonator soliton dual-comb spectroscopy // *Science.* — 2016.
7. Liang W., Ilchenko V. S., Savchenkov A. A. et al. / Whispering-gallery-mode-resonator-based ultranarrow linewidth external-cavity semiconductor laser // *Opt. Lett.* — 2010. — Vol. 35, no. 16. — Pp. 2822–2824.
8. Liang W., Ilchenko V. S., Eliyahu D. et al. / Compact stabilized semiconductor laser for frequency metrology // *Appl. Opt.* — 2015. — Vol. 54, no. 11. — Pp. 3353–3359.
9. Ilchenko V. S., Matsko A. B. / Optical resonators with whispering-gallery modes - Part II: Applications // *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* — 2006. — Vol. 12. — Pp. 15–32.
10. Vladimir S. Ilchenko Lute Maleki / Novel whispering-gallery resonators for lasers, modulators, and sensors // *Proc. SPIE.* — 2001. — Vol. 4270. — Pp. 4270 – 4270 – 11.



11. Vladimir S. Ilchenko X. Steve Yao Lute Maleki / Microsphere integration in active and passive photonics devices // *Proc.SPIE*. — 2000. — Vol. 3930. — Pp. 3930 – 3930 – 9.
12. Hossein-Zadeh M., Levi A. F. J. / Ring resonator-based photonic microwave receiver modulator with picowatt sensitivity // *IET Optoelectron.* — 2011. — Vol. 5, no. 1. — Pp. 36–39.
13. Wooten E. L., Kissa K. M., Yi-Yan A. et al. / A review of lithium niobate modulators for fiber-optic communications systems // *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* — 2000. — Vol. 6, no. 1. — Pp. 69–82.
14. Doi M., Hashimoto N., Hasegawa T. et al. / 40 Gb/s Low-drive-voltage LiNbO<sub>3</sub> Optical Modulator for DQPSK Modulation Format // *IEEE*. — 2007. — Pp. 1–3.
15. Hossein-Zadeh Mani / Photonic microwave receivers based on high-Q optical resonance // *Proc.SPIE*. — 2012. — Vol. 8236. — Pp. 8236 – 8236 – 10.
16. Udem Th., Holzwarth R., Hansch T. W / Optical frequency metrology // *Nature*. — 2002. — Vol. 416. — P. 233.
17. Ycas G. G., Quinlan F., Diddams S. A. et al. / Demonstration of on-sky calibration of astronomical spectra using a 25 GHz near-IR laser frequency comb // *Opt. Express*. — 2012. — Vol. 20, no. 6. — Pp. 6631–6643.
18. Swann W. C., Newbury N. R. / Frequency-resolved coherent lidar using a femtosecond fiber laser // *Opt. Lett.* — 2006. — Vol. 31, no. 6. — Pp. 826–828.
19. Hansch T. W., Picque N. / Laser Spectroscopy and Frequency Combs // *J. Phys.: Conf. Ser.* — 2013. — Vol. 467, no. 1. — P. 012001.
20. Del'Haye P., Schliesser A., Arcizet O. et al. / Optical frequency comb generation from a monolithic microresonator // *Nature*. — 2007. — Vol. 450. — Pp. 1214–1217.
21. Savchenkov A. A., Matsko A. B., Ilchenko V. S. et al. / Tunable optical frequency comb with a crystalline whispering gallery mode resonator // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101. — P. 093902.

22. Kippenberg T. J., Holzwarth R., Diddams S. A. / Microresonator-Based Optical Frequency Combs // *Science*. — 2011. — Vol. 332. — Pp. 555–559.
23. Li J., Lee H., Chen T., Vahala K. J. / Low-Pump-Power, Low-Phase-Noise, and Microwave to Millimeter-Wave Repetition Rate Operation in Microcombs // *Phys.Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 109. — P. 233901.
24. Xue X., Weiner A. M. / Microwave photonics connected with microresonator frequency combs // *Front. Optoelectron.* — 2016. — Vol. 9, no. 2. — Pp. 238–248.
25. Herr T., Hartinger K., Riemensberger J. et al. / Universal formation dynamics and noise of Kerr-frequency combs in microresonators // *Nat. Photonics*. — 2012. — Vol. 6. — P. 480.
26. Ye J, Cundiff S. T. *Femtosecond Optical Frequency Comb: Principle, Operation and Applications*. — Springer, 2016. — P. 362.
27. Ferdous F., Miao H., Leaird D. E. et al. / Spectral line-by-line pulse shaping of on-chip microresonator frequency combs // *Nat. Photonics*. — 2011. — Vol. 5. — P. 770.
28. Papp S. B., DelHaye P., Diddams S. A. / Mechanical Control of a Micro-rod-Resonator Optical Frequency Comb // *Phys. Rev. X*. — 2013. — Vol. 3. — P. 031003.
29. DelHaye P., Herr T., Gavartin E. et al. / Octave Spanning Tunable Frequency Comb from a Microresonator // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 063901.
30. Okawachi Y., Saha K., Levy J. et al. / Octave-spanning frequency comb generation in a silicon nitride chip // *Opt. Lett.* — 2011. — Vol. 36. — P. 3398.
31. Grudinin I.S., Huet V., Yu N. et al. / High-contrast Kerr frequency combs // *Optica*. — 2017. — Vol. 4, no. 4. — Pp. 434–437.
32. Yi Xu, Yang Qi-Fan, Yang Ki Youl et al. / Soliton frequency comb at microwave rates in a high-Q silica microresonator // *Optica*. — 2015. — Vol. 2, no. 12. — Pp. 1078–1085.

33. Yi X., Yang Q.-F., Yang K.Y., Vahala K. / Active capture and stabilization of temporal solitons in microresonators // *Opt. Lett.* — 2016. — Vol. 41, no. 9. — Pp. 2037–2040.
34. Brasch V., Geiselmann M., Herr T. et al. / Photonic chip-based optical frequency comb using soliton Cherenkov radiation // *Science.* — 2016. — Vol. 351. — Pp. 357–360.
35. Wen Y. H., Lamont M. R. E., Strogatz S. H., Gaeta A. L. / Self-organization in Kerr-cavity-soliton formation in parametric frequency combs // *Phys. Rev. A.* — 2016. — Vol. 94. — P. 063843.
36. Schliesser Albert, Brehm Markus, Keilmann Fritz, van der Weide Daniel W. / Frequency-comb infrared spectrometer for rapid, remote chemical sensing // *Opt. Express.* — 2005. — Vol. 13, no. 22. — Pp. 9029–9038.
37. Coddington I., Swann W. C., Nenadovic L., Newbury N. R. / Rapid and precise absolute distance measurement at long range // *Nat. Photonics.* — 2009. — Vol. 3. — P. 351.
38. Weimann C., Lauermann M., Fehrenbach T. et al. / Silicon Photonic Integrated Circuit for Fast Distance Measurement with Frequency Combs // *CLEO: 2014.* — 2014. — P. STh4O.3.
39. Newbury N. R., Coddington I., Swann W. / Sensitivity of coherent dual-comb spectroscopy // *Opt. Express.* — 2010. — Vol. 8. — Pp. 7929–7945.
40. Ideguchi T., Holzner S., Bernhardt B. et al. / Coherent Raman spectro-imaging with laser frequency combs // *Nature.* — 2013. — Vol. 502. — Pp. 355–358.
41. Velichanskii V.L., Zibrov A.S., Kargopol'tsev V.S. et al. / Minimum line width of an injection laser // *Sov. Tech. Phys. Lett.* — 1978. — Vol. 4(9). — P. 438.
42. Agrawal G. / Line narrowing in a single-mode injection laser due to external optical feedback // *IEEE J. Quantum Electron.* — 1984. — Vol. 20, no. 5. — Pp. 468–471.
43. Dahmani B., Hollberg L., Drullinger R. / Frequency stabilization of semiconductor lasers by resonant optical feedback // *Opt. Lett.* — 1987. — Vol. 12, no. 11. — Pp. 876–878.

44. Patzak E., H. Olesen, Sugimura A. et al. / Spectral linewidth reduction in semiconductor lasers by an external cavity with weak optical feedback // *Electron. Lett.* — 1983. — Vol. 19. — Pp. 938–940(2).
45. Wieman C. E., Hollberg L. / Using diode lasers for atomic physics // *Rev. Sci. Instrum.* — 1991. — Vol. 62, no. 1. — Pp. 1–20.
46. Belenov E.M., Velichanskii V. L., Zibrov A. S. et al. / Methods for narrowing the emission line of an injection laser // *Sov. J. of Quantum Electronl.* — 1983. — Vol. 13, no. 6. — P. 792.
47. Hemmerich A., Zimmermann C., Hansch T. W. / Compact source of coherent blue light // *Appl. Opt.* — 1994. — Vol. 33, no. 6. — Pp. 988–991.
48. Olesen H., Saito S., Mukai T. et al. / Solitary Spectral Linewidth and Its Reduction with External Grating Feedback for a 1.55  $\mu\text{m}$  InGaAsP BH Laser // *Jpn. J. Appl. Phys.* — 1983. — Vol. 22, no. 10A. — P. L664.
49. Saito S., Nilsson O., Yamamoto Y. / Oscillation center frequency tuning, quantum FM noise, and direct frequency characteristics in external grating loaded semiconductor lasers // *IEEE J. Quantum Electron.* — 1982. — Vol. 18, no. 6. — Pp. 961–970.
50. Ricci L., Weidemuller M., Esslinger T. et al. / A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics // *Opt. Commun.* — 1995. — Vol. 117, no. 5. — Pp. 541 – 549.
51. Volodin B. L., Dolgy S. V., Melnik E. D. et al. / Wavelength stabilization and spectrum narrowing of high-power multimode laser diodes and arrays by use of volume Bragg gratings // *Opt. Lett.* — 2004. — Vol. 29, no. 16. — Pp. 1891–1893.
52. Steckman G. J., Liu W., Platz R. et al. / Volume holographic grating wavelength stabilized laser diodes // *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* — 2007. — Vol. 13, no. 3. — Pp. 672–678.
53. Li H., Telle H. R. / Efficient frequency noise reduction of GaAlAs semiconductor lasers by optical feedback from an external high-finesse resonator // *IEEE J. Quantum Electron.* — 1989. — Vol. 25, no. 3. — Pp. 257–264.

54. Hollberg L., Ohtsu M. / Modulatable narrow–linewidth semiconductor lasers // *Appl. Phys. Lett.* — 1988. — Vol. 53, no. 11. — Pp. 944–946.
55. Laurent P., Clairon A., Breant C. / Frequency noise analysis of optically self-locked diode lasers // *IEEE J. Quantum Electron.* — 1989. — Vol. 25, no. 6. — Pp. 1131–1142.
56. Zhao Y., Wang Q., Meng F. et al. / High-finesse cavity external optical feedback DFB laser with hertz relative linewidth // *Opt. Lett.* — 2012. — Vol. 37, no. 22. — Pp. 4729–4731.
57. Patrick H., Wieman C. E. / Frequency stabilization of a diode laser using simultaneous optical feedback from a diffraction grating and a narrowband Fabry–Perot cavity // *Rev. Scient. Instrum.* — 1991. — Vol. 62, no. 11. — Pp. 2593–2595.
58. Wei F., Yang F., Zhang X. et al. / Subkilohertz linewidth reduction of a DFB diode laser using self-injection locking with a fiber Bragg grating Fabry-Perot cavity // *Opt. Express.* — 2016. — Vol. 24, no. 15. — Pp. 17406–17415.
59. Lecaplain C., Javerzac-Galy C., Gorodetsky M. L., Kippenberg T. J / Mid-infrared ultra-high-Q resonators based on fluoride crystalline materials // *Nat. Commun.* — 2016. — Vol. 13383.
60. Il'chenko V. S., Gorodetskii M. L. / Thermal nonlinear effects in optical whispering gallery microresonators // *Laser Phys.* — 1992. — Vol. 2. — Pp. 1004–1009.
61. Gorodetsky M. L., Pryamikov A. D., Ilchenko V. S. / Rayleigh scattering in high-Q microspheres // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2000. — Vol. 17, no. 6. — Pp. 1051–1057.
62. Vasiliev V. V., Velichansky V.L., Gorodetskii M.L. et al. / High-coherence diode laser with optical feedback via a microcavity with 'whispering gallery' modes // *Quantum Electron.* — 1996. — Vol. 26(8). — P. 657.
63. Vassiliev V.V., Velichansky V.L., Ilchenko V.S. et al. / Narrow-line-width diode laser with a high-Q microsphere resonator // *Opt. Commun.* — 1998. — Vol. 158, no. 1. — Pp. 305 – 312.

64. Vassiliev V.V., Il'ina S.M., Velichansky V.L. / Diode laser coupled to a high-Q microcavity via a GRIN lens // *Appl. Phys. B.* — 2003. — Vol. 76, no. 5. — Pp. 521–523.
65. Borri S., Siciliani de Cumis M., Inero G. et al. / Whispering gallery mode stabilization of quantum cascade lasers for infrared sensing and spectroscopy // *Proc. SPIE.* — 2017. — Vol. 10090. — P. 1009008.
66. Sprenger B., Schwefel H. G. L., Wang L. J. / Whispering-gallery-mode-resonator-stabilized narrow-linewidth fiber loop laser // *Opt. Lett.* — 2009. — Vol. 34, no. 21. — Pp. 3370–3372.
67. Ilchenko V. S., Dale E., Liang W. et al. / Compact tunable kHz-linewidth semiconductor laser stabilized with a whispering-gallery mode microresonator // *Proc. SPIE.* — Vol. 7913. — 2011. — Pp. 1G–1.
68. Liang W., Eliyahu D., Ilchenko V. S. et al. / High spectral purity Kerr frequency comb radio frequency photonic oscillator // *Nat. Commun.* — 2015. — Vol. 6. — P. 7957.
69. Knight J. C., Cheung G., Jacques F., Birks T. A. / Phase-matched excitation of whispering-gallery-mode resonances by a fiber taper // *Opt. Lett.* — 1997. — Vol. 22, no. 15. — Pp. 1129–1131.
70. Spillane S. M., Kippenberg T. J., Painter O. J., Vahala K. J. / Ideality in a Fiber-Taper-Coupled Microresonator System for Application to Cavity Quantum Electrodynamics // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 91, no. 4. — P. 043902.
71. Ward J M., OShea D. G., Shortt B. J. et al. / Heat-and-pull rig for fiber taper fabrication // *Rev. Sci. Instrum.* — 2006. — Vol. 77, no. 8. — P. 083105.
72. Gorodetsky M.L., Ilchenko V.S. / High-Q optical whispering-gallery microresonators: precession approach for spherical mode analysis and emission patterns with prism couplers // *Opt. Commun.* — 1994. — Vol. 113, no. 1. — Pp. 133 – 143.
73. Mazzei A., Gotzinger S., Menezes L.de S. et al. / Optimization of prism coupling to high-Q modes in a microsphere resonator using a near-field probe // *Opt. Commun.* — 2005. — Vol. 250, no. 4. — Pp. 428 – 433.

74. Pan Y., Chang R. K. / Highly efficient prism coupling to whispering gallery modes of a square u cavity // *Appl. Phys. Lett.* — 2003. — Vol. 82. — Pp. 487–489.
75. Savchenkov A.A., Mahalingam H., Ilchenko V. S. et al. / Polymer Waveguide Couplers for Fluorite Microresonators // *IEEE Photonics Technol. Lett.* — 2017. — Vol. 29, no. 8. — Pp. 667–670.
76. Soltani M., Ilchenko V., Matsko A. et al. / Ultrahigh Q whispering gallery mode electro-optic resonators on a silicon photonic chip // *Opt. Lett.* — 2016. — Vol. 41, no. 18. — Pp. 4375–4378.
77. Zhang X., Armani A. M. / Silica microtoroid resonator sensor with monolithically integrated waveguides // *Opt. Express.* — 2013. — Vol. 21, no. 20. — Pp. 23592–23603.
78. Lin G., Furst J., Strekalov D. V. et al. / High-Q UV whispering gallery mode resonators made of angle-cut BBO crystals // *Opt. Express.* — 2012. — Vol. 20, no. 19. — Pp. 21372–21378.
79. Grudinin I. S., Matsko A. B., Savchenkov A. A. et al. / Ultra high Q crystalline microcavities // *Opt. Commun.* — 2006. — Vol. 265, no. 1. — Pp. 33 – 38.
80. Savchenkov A. A., Matsko A. B., Ilchenko V. S., Maleki L. / Optical resonators with ten million finesse // *Opt. Express.* — 2007. — Vol. 15, no. 11. — Pp. 6768–6773.
81. Nakagawa Y., Mizumoto Y., Kato T. et al. / Dispersion tailoring of a crystalline whispering gallery mode microcavity for a wide-spanning optical Kerr frequency comb // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2016. — Vol. 33. — P. 1913.
82. Kobatake T., Kato T., Itobe H. et al. / Thermal effects on Kerr comb generation in a CaF<sub>2</sub> whispering gallery mode microcavity // *IEEE Photonics J.* — 2016. — Vol. 8, no. 2. — P. 4501109.
83. Gorodetsky M. L. Optical Microresonators with Giant Quality-Factor. — Moscow, Fizmalit, 2011. — P. 416.

84. Griffel G., Arnold S., Taskent D. et al. / Morphology-dependent resonances of a microsphere–optical fiber system // *Opt. Lett.* — 1996. — Vol. 21, no. 10. — Pp. 695–697.
85. Ohashi M., Shiraki K., Tajima K. / Optical loss property of silica-based single-mode fibers // *J. Lightwave Technol.* — 1992. — Vol. 10, no. 5. — Pp. 539–543.
86. Sakaguchi S., Todoroki S. / Rayleigh scattering of silica core optical fiber after heat treatment // *Appl. Opt.* — 1998. — Vol. 37, no. 33. — Pp. 7708–7711.
87. Lines M. E. / Scattering losses in optic fiber materials. I. A new parametrization // *J. Appl. Phys.* — 1984. — Vol. 55, no. 11. — Pp. 4052–4057.
88. Schliesser A., Anetsberger G., Riviere R. et al. / High-sensitivity monitoring of micromechanical vibration using optical whispering gallery mode resonators // *New J. Phys.* — 2008. — Vol. 10, no. 9. — P. 095015.
89. Gorodetsky M. L., Savchenkov A. A., Ilchenko V. S. / Ultimate Q of optical microsphere resonators // *Opt. Lett.* — 1996. — Vol. 21, no. 7. — Pp. 453–455.
90. Gorodetsky M. L., Ilchenko V. S. / Optical microsphere resonators: optimal coupling to high-Q whispering-gallery modes // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 1999. — Vol. 16, no. 1.
91. Ilchenko V. S., Yao X., Maleki L. / Pigtailling the high-Q microsphere cavity a simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes // *Opt. Lett.* — 1999. — Vol. 24, no. 11. — Pp. 723–725.
92. Farnesi D., Chiavaioli F., Righini G. C. et al. / Long period grating-based fiber coupler to whispering gallery mode resonators // *Opt. Lett.* — 2014. — Vol. 39, no. 22. — Pp. 6525–6528.
93. Pfeiffer Martin H. P., Liu Junqiu, Geiselmann Michael, Kippenberg Tobias J. / Coupling Ideality of Integrated Planar High-Q Microresonators // *Appl. Phys. Rev.* — 2017. — Vol. 7. — P. 024026.
94. Almeida Vilson R., Panepucci Roberto R., Lipson Michal / Nanotaper for compact mode conversion // *Opt. Lett.* — 2003. — Vol. 28, no. 15. — Pp. 1302–1304.



95. Nakagawa Yosuke, Mizumoto Yuta, Kato Takumi et al. / Dispersion tailoring of a crystalline whispering gallery mode microcavity for a wide-spanning optical Kerr frequency comb // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2016. — Vol. 33, no. 9. — Pp. 1913–1920.
96. Cohen D. A., Hossein-Zadeh M., Levi A. F. J. / Microphotonic modulator for microwave receiver // *Electron. Lett.* — 2001. — Vol. 37. — Pp. 300–301.
97. Novel whispering-gallery resonators for lasers, modulators, and sensors // Laser Resonators IV / A. V. Kudryashov, A. H. Paxton. — Vol. 4270 of *Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.* — 2001. — Pp. 120–130.
98. Hossein-Zadeh M., Levi A. F. J. / Ring resonator-based photonic microwave receiver modulator with picowatt sensitivity // *IET Optoelectron.* — 2011. — Vol. 5. — P. 36.
99. Ilchenko V. S., Savchenkov A. A., Matsko A. B., Maleki L. / Sub-MicroWatt photonic microwave receiver // *IEEE Photonics Technol. Lett.* — 2002. — Vol. 14. — Pp. 1602–1604.
100. Pavlov N. G., Kondratyev N. M., Gorodetsky M. L. / Modeling the whispering gallery microresonator-based optical modulator // *Appl. Opt.* — 2015. — Vol. 54, no. 35. — Pp. 10460–10466.
101. Kondratiev N. M., Gorodetsky M. L. / Electro-optical interaction in whispering gallery mode resonators for radio-to-optical frequency modulators // *Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys.* — 2013. — Vol. 77, no. 12. — Pp. 1432–1435.
102. Schneider M. V. / Microstrip Lines for Microwave Integrated Circuits // *Bell Syst. Tech. J.* — 1969. — Vol. 48, no. 5. — Pp. 1421–1444.
103. Oxborrow M. / Traceable 2-D finite-element simulation of the whispering-gallery modes of axisymmetric electromagnetic resonators // *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* — 2007. — Vol. 55. — Pp. 1209–1218.
104. Savchenkov A. A., Ilchenko V. S., Matsko A. B., Maleki L. / Tunable filter based on whispering gallery modes // *Electron. Lett.* — 2003. — Vol. 39, no. 4. — Pp. 389–391.

105. Gheorma I. L., Osgood R. M. / Fundamental limitations of optical resonator based high-speed EO modulators // *IEEE Photonics Technol. Lett.* — 2002. — Vol. 14, no. 6. — Pp. 795–797.
106. Kaupp H. R. / Characteristics of Microstrip Transmission Lines // *IEEE Trans. Electron. Comput.* — 1967. — Vol. EC-16, no. 2. — Pp. 185–193.
107. Simons M. T., Novikova I. / Observation of second-order hyper-Raman generation in LiNbO<sub>3</sub> whispering-gallery mode disk resonators // *Opt. Lett.* — 2011. — Vol. 36, no. 16. — Pp. 3027–3029.
108. Wong J.-S., Lancaster M. J. / Microstrip Filters for RF/Microwave Applications // *IEEE Microwave Magazine.* — 2002. — Vol. 3, no. 3. — Pp. 62–65.
109. Dutt A., Cardenas J., Okawachi Y. et al. / Generation of Dual Frequency Combs using Cascaded Microring Resonators // *CLEO: 2016.* — 2016. — P. SW1E.5.
110. Villares G., Hugi A., Blaser S., Faist J. / Dual-comb spectroscopy based on quantum-cascade-laser frequency combs // *Nat. Commun.* — 2014. — Vol. 5. — P. 5192.
111. Hugi A., Geiser M., Villares G. et al. / All solid state mid-infrared dual-comb spectroscopy platform based on QCL technology // *Proc. of SPIE.* — 2015. — P. 9370.
112. Herr T., Brasch V., Jost J. D. et al. / Mode spectrum and temporal soliton formation in optical microresonators // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 113, no. 12. — P. 123901.
113. Godey C., Balakireva I. V., Coillet A., Chembo Y. K. / Stability analysis of the spatiotemporal Lugiato-Lefever model for Kerr optical frequency combs in the anomalous and normal dispersion regimes // *Phys. Rev. A.* — 2014. — Vol. 89, no. 6. — P. 063814.
114. Matsko A. B., Savchenkov A. A., Maleki L. / On excitation of breather solitons in an optical microresonator // *Opt. Lett.* — 2012. — Vol. 37. — Pp. 4856–8.

115. Bao C., Zhang L., Matsko A. et al. / Nonlinear conversion efficiency in Kerr frequency comb generation // *Opt. Lett.* — 2014. — Vol. 39, no. 21. — Pp. 6126–6129.
116. Del’Haye P., Beha K., Papp S. B., Diddams S. A. / Self-injection locking and phase-locked states in microresonator-based optical frequency combs // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 043905.
117. Hansson T., Wabnitz S. / Dynamics of microresonator frequency comb generation: models and stability // *Nanophotonics.* — 2016. — Vol. 5, no. 2. — Pp. 231–243.
118. Milian C., Gorbach A. V., Taki M. et al. / Solitons and frequency combs in silica microring resonators: Interplay of the Raman and higher-order dispersion effects // *Phys. Rev. A.* — 2015. — Vol. 92. — P. 033851.
119. Herr T., Hartinger K., Riemensberger J. et al. / Universal formation dynamics and noise of Kerr-frequency combs in microresonators // *Nat. Photonics.* — 2012. — Vol. 6. — P. 480.
120. Del’Haye P., Arcizet O., Schliesser A. et al. / Full Stabilization of a Microresonator-Based Optical Frequency Comb // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101. — P. 053903.
121. Ilchenko V. S., Maleki L. / Novel whispering-gallery resonators for lasers, modulators, and sensors // *Proc. SPIE.* — 2001. — Vol. 4270. — P. 1913.
122. Yang Qi-Fan, Yi Xu, Yang Ki Youl, Vahala Kerry / Counter-propagating solitons in microresonators // *Nat. Photonics.* — 2017. — Vol. 11. — P. 560.
123. Joshi Chaitanya, Klenner Alexander, Okawachi Yoshitomo et al. / Counter-rotating cavity solitons in a silicon nitride microresonator // *Opt. Lett.* — 2018. — Vol. 43, no. 3. — Pp. 547–550.
124. Jaramillo-Villegas J. A., Xue X. X., Wang P. H. et al. / Deterministic single soliton generation and compression in microring resonators avoiding the chaotic region // *Opt. Express.* — 2015. — Vol. 23, no. 8. — Pp. 9618–9626.

125. Fomin A. E., Gorodetsky M. L., Grudinin I. S., Ilchenko V. S. / Nonstationary nonlinear effects in optical microspheres // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 2005. — Vol. 22. — Pp. 459–465.
126. Guo H., Karpov M., Lucas E. et al. / Universal dynamics and deterministic switching of dissipative Kerr solitons in optical microresonators // *Nat. Phys.* — 2016. — Vol. 13. — P. 94–102.
127. Joshi C., Jang J. K., Luke K. et al. / Thermally controlled comb generation and soliton modelocking in microresonators // *Opt. Lett.* — 2016. — Vol. 41, no. 11. — Pp. 2565–2568.
128. Yu M., Okawachi Y., Griffith A. G. et al. / Mode-locked mid-infrared frequency combs in a silicon microresonator // *Optica.* — 2016. — Vol. 3, no. 8. — Pp. 854–860.
129. Jang J. K., Erkintalo M., Coen S., Murdoch S. G. / Temporal tweezing of light through the trapping and manipulation of temporal cavity solitons // *Nat. Commun.* — 2015. — Vol. 6. — P. 7370.
130. Jang J. K., Erkintalo M., Murdoch S. G., Coen S. / Writing and erasing of temporal cavity solitons by direct phase modulation of the cavity driving field // *Opt. Lett.* — 2015. — Vol. 40, no. 20. — Pp. 4755–4758.
131. Taheri H., Eftekhar A. A., Wiesenfeld K., Adibi A. / Soliton formation in whispering-gallery-mode resonators via input phase modulation // *IEEE Photonics J.* — 2015. — Vol. 7, no. 2. — P. 9.
132. Luo K., Jang J. K., Coen S. et al. / Spontaneous creation and annihilation of temporal cavity solitons in a coherently driven passive fiber resonator // *Opt. Lett.* — 2015. — Vol. 40, no. 16. — Pp. 3735–3738.
133. Chembo Y. K., Yu N. / Modal expansion approach to optical-frequency-comb generation with monolithic whispering-gallery-mode resonators // *Phys. Rev. A.* — 2010. — Vol. 82. — P. 033801.
134. Hansson T., Modotto D., Wabnitz S. / On the numerical simulation of Kerr frequency combs using coupled mode equations // *Opt. Commun.* — 2014. — Vol. 312. — Pp. 134–136.

135. Oraevsky A. N, Yarovitsky A. V, Velichansky V. L / Frequency stabilisation of a diode laser by a whispering-gallery mode // *Quantum Electron.* — 2001. — Vol. 31, no. 10. — P. 897.
136. Adler R. / A study of locking phenomena in oscillators // *Proc. IEEE.* — 1973. — Vol. 61, no. 10. — Pp. 1380–1385.
137. Bogatov A.P., Eliseev P. G., Sverdlov B. N. / Anomalous interaction of spectral modes in a semiconductor laser // *Sov. J. of Quantum Electron.* — 1975. — Vol. 4, no. 10. — P. 1275.
138. Yousefi M., Barsella A., Lenstra D. et al. / Rate equations model for semiconductor lasers with multilongitudinal mode competition and gain dynamics // *IEEE J. Quantum Electron.* — 2003. — Vol. 39, no. 10. — Pp. 1229–1237.
139. Ahmed M., Yamada M. / Inducing single-mode oscillation in Fabry-Perot In-GaAsP lasers by applying external optical feedback // *IET Optoelectron.* — 2010. — Vol. 4, no. 3. — Pp. 133–141.
140. Riehle F. / Frequency Standards: Basics and Applications // *Wiley-VCH.* — 2004. — P. 540.
141. Herr T., Brasch V., Jost J. D. et al. / Mode Spectrum and Temporal Soliton Formation in Optical Microresonators // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 113. — P. 123901.

## Приложение А

### Пример кода программы для точения микрорезонатора из цилиндрической заготовки

```

START;
rpm=3000 / скорость вращения шпинделя
blank_diameter=1.5 / диаметр заготовки
diameter=1.1 / конечный внешний диаметр микрорезонатора
front_margin=0.05 / отступ от фронтальной поверхности
chord=0.07 / хорда
blank_thickness=0.5 / высота резонатора
fr=0.5 / скорость движения резца при финальном проходе
cylinder_fr=0.4 / скорость движения резца при точении цилиндра
curvature_radius=0.1 / радиус кривизны боковой грани
step_amount_to_remove=0.002 / глубина захода резки при финальном проходе
additional_small_steps=5 / количество дополнительных шагов
cylinder_step=0.02 / глубина захода резки при точении цилиндра
is_recut=0 / флаг о том, что программа перетачивает лишь последние шаги
recut_step=0.001
recut_depth=0.01
tool_radius=P715 / радиус кривизны алмазного резца номер 3
tool_offset=1.03/2 / отступ для резца 2
tool_radius2=P702 / радиус кривизны алмазного резца номер 2
count=0 / инкрементальный счетчик
M58 / включить обдув резцов
G90 / режим задания абсолютных размеров
G71 / метрическая система единиц
M40 / проверить, что цанга закрыта
M132 / включить воздухозаборник
call "lvdtsrch.pgm" / определить отступ от датчика расстояния до фронтальной поверх-
ности заготовки
if ERROR M30 / прервать программу в случае ошибки
M91 rpm / задать скорость вращения шпинделя
M52 / запустить шпиндель по часовой стрелке
y_offset=tool_radius*chord/2/curvature_radius / y отступ до точки касания резца
x_offset=tool_radius*(1-SQRT(1-chord*chord/curvature_radius/ curvature_radius/4)) /
x отступ до точки касания резца
x_target=0 / x параметр для точения сферической боковой поверхности

```

```

y_target=chord+2*y_offset / y параметр для точения сферической боковой поверхно-
сти
check=blank_thickness-y_target-front_margin
d23,1,l45 "Check check
if check<0 n:finish / проверка, что резец не повредит пьедестал
curvature_center_offset_x=(curvature_radius+tool_radius)*
SQRT(1-chord*chord/4/curvature_radius/curvature_radius) / x координата центра сфериче-
ской боковой поверхности
curvature_center_offset_y=(curvature_radius+tool_radius)*
chord/2/curvature_radius / y координата центра сферической боковой поверхности
x_move=x_offset+curvature_radius*
(1-SQRT(1-chord*chord/4/curvature_radius/curvature_radius))
толщина стачиваемого слоя с цилиндра
retract=tool_radius / величина отступа для безопасного отвода резца
if x_move>retract retract=x_move+0.002
number_of_passes_large_cut=0
number_of_passes_small_cut=additional_small_steps+
floor((x_move-number_of_passes_large_cut*cylinder_step)/step_amount_to_remove) /
количество шагов при точении
d22,1,l45 "Protrusion number_of_passes_small_cut*step_amount_to_remove
P141+X(-blank_diameter/2-retract) / подвести заготовку к резцу 2 по X
P201+P203+P210-Yretract / подвести заготовку к резцу 2 по Y
M110 / включить обдув 2 резца
G91 / перейти в режим задания относительных сдвигов
cylinder_number_of_passes=floor((blank_diameter-diameter)/2/cylinder_step)
TODO add cutting of difference FLOOR()-actual
x_cylinder=cylinder_number_of_passes*cylinder_step
x_edge=number_of_passes_large_cut*cylinder_step+number_of_passes_small_cut*
step_amount_to_remove / используется при точении конуса вместо цилиндра
recut_count=recut_depth/recut_step / используется при перетачивании
if is_recut==1 G01X(x_cylinder+x_edge+0.055) F1 / используется при перетачивании
if is_recut==1 n:recutting
if cylinder_number_of_passes<1 n:skip_cylinder
angle_step=0.001 / используется при точении конуса вместо цилиндра
angle_safety=angle_step*cylinder_number_of_passes
loop_cylinder; / вытачивание цилиндра заданного диаметра
count = count + 1
d24,1,l45 "Cutting cylinder count,"of cylinder_number_of_passes
G01X(cylinder_step+retract) F1 / линейное движение по оси X на расстояние () со
скоростью 1 дюйм/мин

```

```

G01Y(retract) F1 / линейное движение по оси Y на расстояние (retract) со скоростью
1 дюйм/мин
G01Y(blank_thickness+tool_radius2) Fcylinder_fr
G01X(-retract) F1
G01Y(-blank_thickness-tool_radius2-retract) F1
if count < cylinder_number_of_passes n:loop_cylinder
skip_cylinder;
count=0
M210 / выключить обдув резца 2
G01Y(-50) / safety offset
G90 absolute
P117+X(-diameter/2-retract) / передвинуть заготовку к резцу 3 по X
P201+P215+P210-Yretract / передвинуть заготовку к резцу 3 по Y
G91 / incremental
M117 / включить обдув резца 2
loop; / точение выступа на боковой грани сферической формы с заданной кривизной
count = count + 1
if count<=number_of_passes_large_cut d24,1,l45
"Cutting front with large step count,"of number_of_passes_large_cut
if count>number_of_passes_large_cut d24,1,l45
"Cutting front with small step count-number_of_passes_large_cut,"
of number_of_passes_small_cut
G01X(retract) F1
G01Y(retract) F1
if count<=number_of_passes_large_cut G01X(cylinder_step) Ffr
if count>number_of_passes_large_cut G01X(step_amount_to_remove) Ffr
G01Y(tool_offset+front_margin) Ffr
G02 Xx_target Yy_target Icurvature_center_offset_x Jcurvature_center_offset_y Ffr /
движение резца по окружности через 2 точки и заданный центр
G01Y(blank_thickness-front_margin-y_target) Ffr
G01X(-retract) F1
G01Y(-blank_thickness-tool_offset-retract) F1
if count < number_of_passes_large_cut+number_of_passes_small_cut n:loop
n:finish
recutting; / используется при перетачивании
count = count + 1
d24,1,l45 "Cutting with recut step count,"of recut_count
G01X(retract) F1
G01Y(retract) F1
G01X(recut_step) Ffr
G01Y(tool_radius+front_margin) Ffr

```



```
G02 Xx_target Yy_target Icurvature_center_offset_x Jcurvature_center_offset_y Ffr
G01Y(blank_thickness-front_margin-y_target) Ffr
G01X(-retract) F1
G01Y(-blank_thickness-tool_radius-retract) F1
if count < recut_count n:recutting
finish;
M61 / остановка вращения шпинделя
M232 / отключение воздухозаборника
M217 / отключение обдува на резец 3
G90 / absolute
P204 / парковка в начальное положение по Y
P104 / парковка в начальное положение по X
M30 / остановка программы
error; / завершение программы в случае ошибки
service_cmd.0 = "m98 error"
m98 get_service
m30
```