

Автономная некоммерческая образовательная организация высшего
образования “Сколковский институт науки и технологий”

На правах рукописи

Аникин Евгений Викторович

**ТУННЕЛИРОВАНИЕ И МНОГОФОТОННЫЙ
РЕЗОНАНС В МОДЕЛИ КВАНТОВОГО
НЕЛИНЕЙНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА**

Специальность 01.04.02 — Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Москва — 2022 г.

Работа выполнена в Автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования “Сколковский институт науки и технологий”

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Центра фотоники и квантовых материалов Автономной некоммерческой образовательной организации высшего образования “Сколковский институт науки и технологий” Гишпиус Николай Алексеевич

Официальные оппоненты:

Рыжов Валентин Николаевич, доктор физико-математических наук, заместитель директора ФГБУН Институт физики высоких давлений им. Л. Ф. Верещагина Российской академии наук

Вятчанин Сергей Петрович, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедры физики колебаний физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук

Защита диссертации состоится _____ в _____ часов на заседании диссертационного совета Д002.023.02 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физического института им. П.Н. Лебедева Российской академии наук по адресу: 119991, г. Москва, Ленинский проспект, д.53.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФИАН и на сайте института www.lebedev.ru.

Автореферат разослан _____

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 002.023.02
кандидат физико-математических наук

К. Ю. Вагин

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Модели из одной или нескольких осцилляторных мод с нелинейными взаимодействиями описывают широкий класс явлений в различных областях науки: физике конденсированного состояния, квантовой оптике, сложных биологических системах и многих других. В частности, эти модели применяются для описания резонансного отклика на внешнее поле разнообразных линейных и нелинейных систем. К таким системам относятся, к примеру, лазерные системы вблизи порога генерации [1], высокодобротные резонаторы с нелинейностью (или взаимодействующие с нелинейной системой) [2, 3, 4, 5], наномеханические системы [6], поляритонные микрополости [7, 8, 9], сверхпроводниковые квантовые цепи [10, 11]. Нелинейность вблизи резонанса приводит к возникновению множества нетривиальных динамических эффектов, в частности, бистабильности, гистерезиса в отклике на внешнее поле, динамического хаоса.

С уменьшением размеров систем и повышением их добротности становится важным учёт квантовых эффектов. Уже существуют доступные для эксперимента системы, в которых числа заполнения осциллятора — десятки квантов [11, 12, 13], при этом добротность системы может быть настолько высокой, что уширение линии меньше или порядка величины нелинейного сдвига частоты на один квант. Теоретическому исследованию квантового нелинейного осциллятора посвящено множество работ [14, 15, 16, 17, 18, 19], кроме того, в ряде недавних публикаций рассматривается именно мезоскопический режим [20, 21, 22]. Интерес к таким системам связан с возможностью их применения для генерации неклассических и перепутанных состояний [23], а также возможным приложениям в области квантовой информации. Кроме того, модель нелинейного осциллятора во внешнем поле представляет фундаментальный интерес с точки зрения теории открытых квантовых систем: наличие порога переключения между двумя устойчивыми состояниями можно интерпретиро-

вать как диссипативный фазовый переход [24]. Наконец, в рамках этой модели можно исследовать некоторые общие особенности соответствия между классической и квантовой физикой.

Замечательной особенностью мезоскопического режима, когда заселённость осциллятора — десятки квантов, является применимость квазиклассического приближения при одновременной значимости квантовых эффектов. В этом режиме сохраняются особенности, характерные для соответствующих классических моделей, в частности, имеет смысл говорить о классическом фазовом портрете системы.

Важнейшим свойством многих систем рассматриваемого типа в классическом пределе является би- или мультистабильность, то есть наличие двух и более устойчивых состояний с различными амплитудами поля. Би- и мультистабильность может проявляться в наличии гистерезиса в отклике на меняющиеся внешние параметры, кроме того, в эксперименте можно напрямую наблюдать переходы между стабильными состояниями, вызванные взаимодействием с окружением [11]. Исследование неравновесной заселённости стабильных состояний, статистики флуктуационных переходов между ними, а также возможности управления переходами между стабильными состояниями представляет интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения [25].

В то время как для классического нелинейного осциллятора в бистабильном режиме переходы между стабильными состояниями вызывает шум, обусловленный взаимодействием с окружением, в квантовом режиме переходы могут также происходить из-за квантового туннелирования. Дело в том, что на фазовом портрете мультистабильной системы могут существовать разные классические траектории с одним и тем же значением функции Гамильтона. Из-за туннелирования система может переходить между соответствующими состояниями, что модифицирует заселённости стационарных состояний и скорости флуктуационных переходов.

Данная диссертационная работа посвящена исследованию простейшей модели одного нелинейного осциллятора с Керровской нелинейностью во внешнем поле. Эта модель рассматривалась теоретически во многих работах: в ра-

боте [14] получено аналитическое стационарное решение управляющего уравнения для нулевой температуры окружения, в работе [15] исследованы скорости релаксации к стационарному распределению на основе балансных уравнений в базисе точных состояний, в [26] изучен квазиклассический предел и получены уравнения Фоккера-Планка на функции распределения. Туннелирование между областями фазового портрета осциллятора было рассмотрено в [27], в [19] была показана связь между туннелированием и многофотонным возбуждением внешним полем, аналогичная связи между туннельной и многофотонной ионизацией атомов [28], а в работе [21] был рассмотрен мезоскопический режим для осциллятора. Однако ряд вопросов, касающихся динамики и кинетики квантового осциллятора, оставался нерешённым. Во-первых, для исследования туннелирования между областями фазового портрета либо использовался квазиклассический подход, либо пертурбативно вычислялась только многофотонная амплитуда перехода. Полный анализ, учитывающий все порядки разложения теории возмущений или все порядки квазиклассического разложения, не проводился. Во-вторых, не было изучено аналитически влияние туннелирования на кинетику и не был исследован профиль максимумов интенсивности, соответствующих многофотонным резонансам. Кроме того, не рассматривался вклад малых нелинейностей высшего порядка, в то время как он важен из-за резонансного характера туннелирования. Наконец, недостаточно изучены спектры флуоресценции системы.

Целью диссертационной работы является исследование влияния квантовых эффектов на статистику и кинетику нелинейного осциллятора в резонансном внешнем поле в бистабильном режиме. Для достижения указанной цели были поставлены следующие задачи:

1. Рассмотреть динамику квантового осциллятора во внешнем поле без учёта взаимодействия с окружением, в частности, исследовать структуру собственных состояний и установить роль туннелирования между разными областями фазового портрета;
2. На основе квантового управляющего уравнения и балансного уравнения изучить статистические свойства осциллятора в стационарном состоянии, в частности, найти вероятности заполнения классических устойчи-

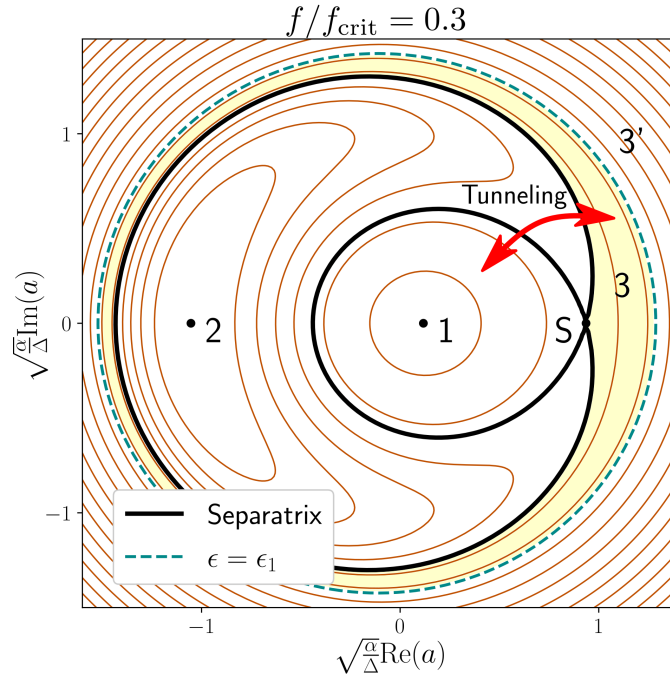


Рис. 1.1: Фазовый портрет нелинейного осциллятора, возбуждаемого внешним полем вблизи резонанса. Между областями фазового портрета, соединёнными стрелкой, возможно туннелирование.

вых состояний, определить порог переключения между состояниями;

3. Сравнить результаты квантовомеханического описания системы с описанием на основе классического уравнения Ланжевена и установить роль квантовых эффектов;
4. Изучить спектры флуоресценции осциллятора в различных режимах: в ультраквантовом, квазиклассическом и промежуточном.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. В модели квантового нелинейного осциллятора во внешнем поле с керровской нелинейностью наблюдается многофотонный резонанс одновременно между многими парами энергетических уровней при целых значениях $2\Delta/\alpha$. Собственные состояния гамильтониана при этом являются суперпозициями состояний, соответствующих движению внутри двух областей фазового портрета осциллятора. Можно наблюдать одновременные многофотонные осцилляции Раби между многими парами энергетических уровней.

-
2. Одновременные антипересечения между многими парами энергетических уровней являются следствием точной симметрии поправок теории возмущений к уровням квазиэнергии, рассматриваемых как аналитические функции числа квантов ν , относительно замены $\nu \rightarrow 2\Delta/\alpha - \nu$. Найдено доказательство того, что эта симметрия выполнена, основанное на преобразовании матрицы гамильтониана, аналитически продолженной на область вещественных ν .
 3. Стационарное распределение осциллятора в пространстве квазиэнергий можно описывать с помощью классического уравнения Фоккера–Планка, дополненного туннельным членом, описывающим переходы между двумя классическими областями фазового портрета. Скорость переходов зависит от расстройки между частотой внешнего поля и частотой осциллятора и резко возрастает, когда выполнено условие многофотонного резонанса. Наличие переходов между областями фазового портрета приводит к осциллирующей зависимости интенсивности поля осциллятора от расстройки с логарифмическими пиками, соответствующим многофотонным резонансам. В присутствии нелинейностей шестого порядка и выше эти пики расщепляются на несколько близко отстоящих пиков.
 4. Получены спектры флуоресценции осциллятора вблизи порога переключения между стабильными состояниями и вблизи многофотонного резонанса. Вблизи порога переключения спектр флуоресценции имеет пять пиков: центральный — на частоте внешнего поля, а четыре боковых отстоят от центрального на частоты классических колебаний около устойчивых состояний осциллятора. В зависимости высот пиков от расстройки есть осцилляции, которые объясняются многофотонным резонансом. Также получены спектры флуоресценции в промежуточном режиме, когда неприменимо ни приближение линейчатого спектра, ни линеаризация обобщённого уравнения Фоккера–Планка.

Научная новизна

1. Впервые получено доказательство симметрии поправок теории возмущений к уровням квазиэнергии осциллятора, которая объясняет одно-

временные антипересечения многих уровней квазиэнергии при целых и полуцелых отношениях расстройки к нелинейному сдвигу на один квант, а также независимость положений антипересечений от амплитуды внешнего поля.

2. Исследовано, каким образом туннелирование модифицирует собственные состояния осциллятора. Продемонстрирована связь между пертурбативным и квазиклассическим подходами. Исследованы собственные состояния при малых отстройках от многофотонного резонанса, проведён анализ эффектов нелинейностей высших порядков.
3. Проведён анализ влияния туннелирования на кинетику системы. Показано, что туннелирование можно учесть в рамках уравнения Фоккера–Планка в представлении квазиэнергий, причём вид туннельного члена определён из квантового управляющего уравнения на матрицу плотности. Определён профиль пиков интенсивности осциллятора, возникающих из-за туннелирования между областями фазового портрета.
4. Получены спектры флуоресценции нелинейного осциллятора в различных режимах, исследован кроссовер между квазиклассическим режимом, хорошо описываемым линейаризованным обобщённым уравнением Фоккера–Планка, и ультраквантовым, описываемым балансным уравнением.

Теоретическая и практическая значимость работы Полученные результаты дополняют существующую теоретическую картину туннелирования и многофотонного резонанса в системах из квантовых осцилляторных мод в присутствии взаимодействия с окружением. Разработанные в работе приближённые квазиклассические методы могут быть использованы для исследования широкого класса аналогичных систем. Кроме того, применённый в данной работе метод одновременного учёта туннельных эффектов как в спектре собственных состояний системы, так и в кинетическом уравнении Фоккера–Планка позволяет самосогласованно анализировать различные системы с несколькими каналами возможных переходов между устойчивыми состояниями. Кроме того, найденная симметрия обобщённого гамильтониана осциллятора может

послужить инструментом для получения новых точных результатов для нелинейного осциллятора во внешнем поле. Результаты расчётов для статистических свойств осциллятора могут быть применимы для описания экспериментов с различными типами высокочастотных резонаторов и локализованных мод. Предсказанные новые формы пиков интенсивности, возникающих из-за многофотонного резонанса, могут быть обнаружены в экспериментах с высокочастотными резонаторами в квантовом пределе.

Степень достоверности работы обеспечивается использованием строгих математических методов квантовой механики и квантовой оптики, подкрепляемых численной проверкой полученных в работе аналитических результатов. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация работы На основе результатов диссертации были сделаны доклады на конференциях: International Conference on Physics of Semiconductors, 2018, на конференции молодых учёных “Ломоносов 2019”, на конференции МФТИ 2020. Результаты обсуждались на научных семинарах ФИАН, МФТИ и Сколковского института науки и технологий.

Личный вклад автора Автор лично участвовал в постановке задач исследований, разрабатывал численные модели, выполнял аналитические и численные расчёты, выполнял интерпретацию результатов и проводил их обсуждение с квалифицированными сотрудниками. Также автор подготовил публикации по результатам работы и представил несколько докладов.

Структура и объём диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и 6 приложений. Полный объём диссертации составляет 116 страниц с 31 рисунками. Список литературы содержит 36 наименований.

Содержание работы

Во введении проведено обоснование актуальности выбранной темы, определены цели и задачи диссертационной работы, показана научная новизна и практическая значимость работы, сформулированы выносимые на защиту

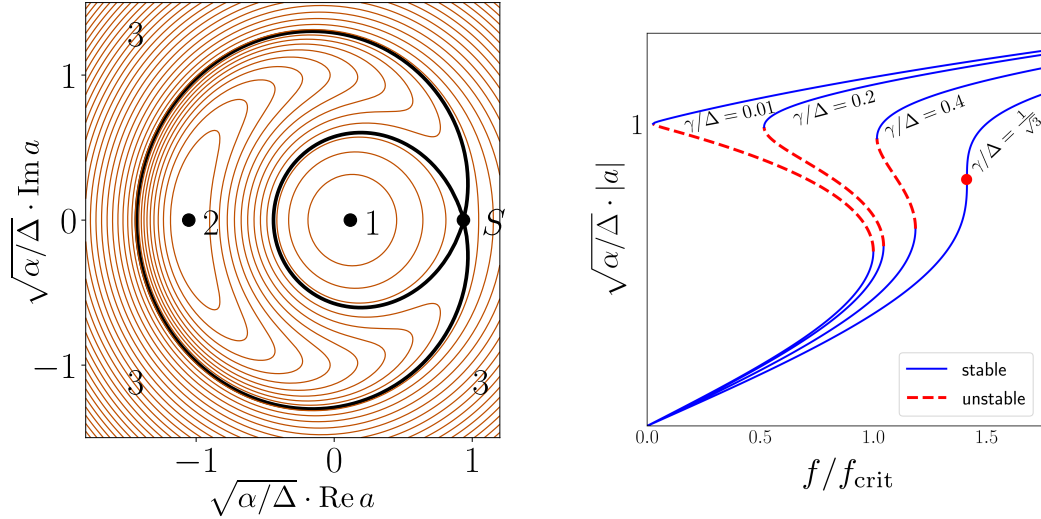


Рис. 2.1: (а) Линии уровня классического гамильтониана (2.1) при $f/f_{\text{crit}} = 0.3$. (б) Стационарные состояния осциллятора в зависимости от внешнего поля при различных γ .

положения.

В первой главе проведён обзор известных теоретических результатов для модели классического нелинейного осциллятора в резонансном внешнем поле, подверженного действию случайной ланжевеновской силы (шума).

Во-первых, рассмотрена классическая динамика без шума, показано наличие двух устойчивых состояний и гистерезиса в отклике на внешнее поле, рассмотрена структура фазового портрета системы (см. Рис. 2.1).

Во-вторых, рассмотрена кинетика системы, подверженной действию шума и диссипации. Из-за шума амплитуда осциллятора становится случайной функцией времени, и становятся возможными флуктуационные переходы между стационарными состояниями. Уравнения Ланжевена переписываются в виде уравнения Фоккера–Планка на функцию распределения в фазовом пространстве, а из двумерного уравнения Фоккера–Планка выведено одномерное уравнение на функцию распределения, усреднённую по классическим траекториям (уравнение Фоккера–Планка в пространстве в пространстве квазиэнергий). Приведены формулы для стационарного распределения, а также для эволюции функции распределения на больших временах, в стадии релаксации, в которой установление равновесия происходит за счёт редких флуктуационных переходов между областями фазового портрета.

Во второй главе рассмотрена модель квантового нелинейного осцилля-

тора во внешнем поле, рассматриваемая как изолированная система. Гамильтониан системы имеет вид

$$\hat{H} = -\Delta \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\alpha}{2} (\hat{a}^\dagger \hat{a})^2 + f(\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (2.1)$$

где \hat{a}^\dagger, \hat{a} — операторы рождения и уничтожения, удовлетворяющие коммутационному соотношению $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$.

Сначала модель рассмотрена в приближении среднего поля и анализируются состояния, соответствующие малым осцилляциям около классических устойчивых состояний. Показано, что состояние, соответствующее нулевым колебаниям около классического устойчивого состояния 2, является сжатым, причём минимальная неопределённость квадратуры степенным образом зависит от расстройки. Затем получены выражения для волновых функций системы в квазиклассическом пределе и показано, что для достаточно больших отношений расстройки и нелинейности собственные состояния описываются правилом квантования Бора–Зоммерфельда и могут быть отождествлены с дискретным набором траекторий на классическом фазовом портрете.

Далее исследуется туннелирование между двумя вырожденными областями фазового портрета. Сначала приводится квазиклассический аргумент, в ведущем порядке по параметру квазиклассичности указывающий на одновременные пересечения квазиклассических уровней из разных областей фазового портрета при целых и полуцелых отношениях расстройки к нелинейности. С учётом туннелирования эти пересечения становятся антипересечениями с экспоненциально малыми расщеплениями. Затем переходы между областями сначала рассмотрены с точки зрения теории возмущений. Для каждой вырожденной пары уровней учитываются все порядки вплоть до того порядка, в котором между уровнями появляется многофотонная амплитуда перехода. Показано, что одновременность антипересечений при целых и полуцелых отношениях расстройки к нелинейности сохраняется во всех порядках по внешнему полю. Это объясняется специальной симметрией осциллятора с Керровской нелинейностью — симметрией поправок теории возмущений к квазиэнергиям, рассматриваемых как рациональные функции числа квантов ν в осцилляторе, относительно замены $\nu \rightarrow 2\Delta\alpha - \nu$. Приведено доказа-

тельство этой симметрии поправок, основанное на специально построенном преобразовании матрицы гамильтониана, продолженной на вещественные ν . Также приведены результаты численной диагонализации, подтверждающие одновременность антипересечений (см рис. 2.2). Кроме того, показывается, что квазиклассическая туннельная амплитуда в ведущем порядке совпадает с многофотонной амплитудой.

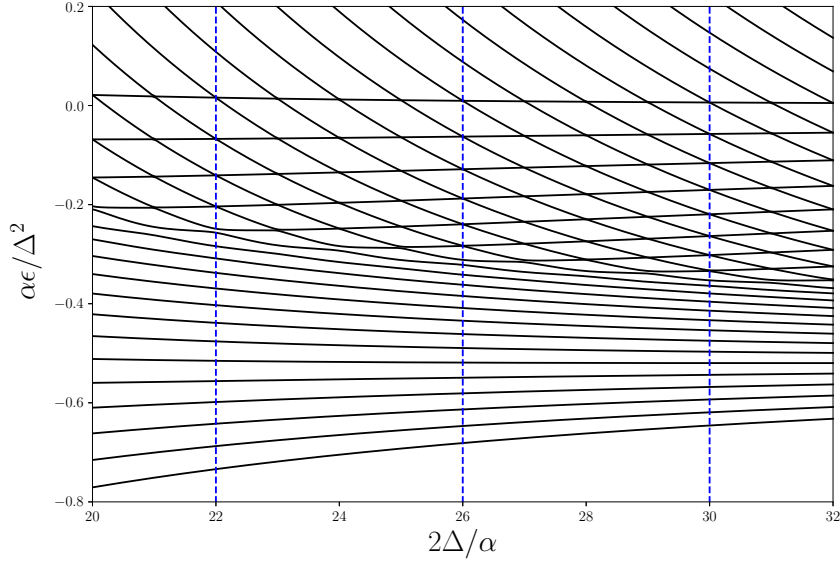


Рис. 2.2: Квазиэнергетические уровни осциллятора в зависимости от Δ при постоянном значении амплитуды поля.

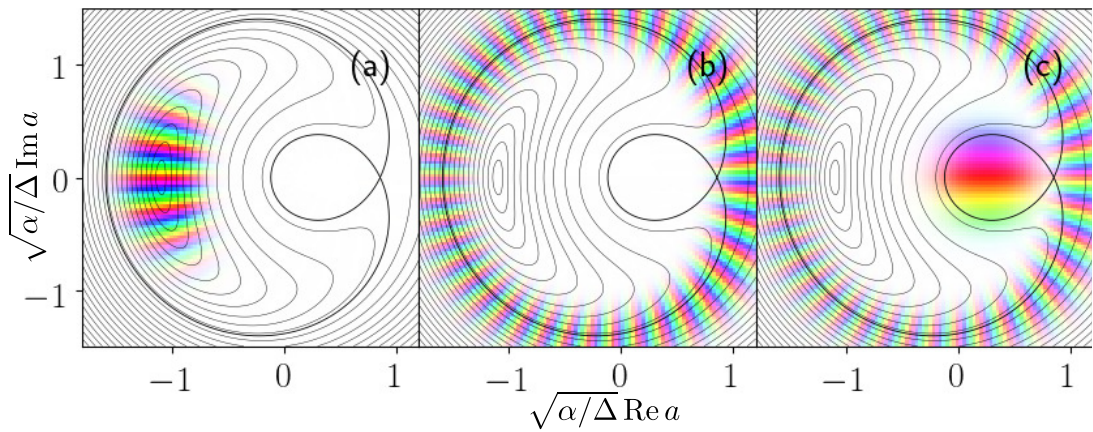


Рис. 2.3: Проекция различных собственных состояний осциллятора на когерентные состояния $|a\rangle$ как функции комплексной переменной a .

После этого рассматриваются собственные состояния системы при точном многофотонном резонансе и вблизи него. Оказывается, что при в точности

целых и полуцелых значениях расстройки состояния осциллятора из двух вырожденных областей фазового портрета образуют симметричные и антисимметричные суперпозиции (см. Рис 2.3), а при малой отстройке от многофотонного резонанса часть собственных состояний — суперпозиции, а часть — квазиклассические состояния, соответствующие движению только одной области фазового пространства.

В третьей главе изучается кинетика квантового нелинейного осциллятора в резонансном внешнем поле, взаимодействующего с диссипативным окружением. Во-первых, рассматривается квантовое управляющее уравнение для осциллятора, взаимодействующего с окружением. Обсуждаются его общие свойства, в частности, поведение решения на больших временах, связь медленной стадии релаксации с флуктуационными переходами между состояниями в классическом осцилляторе. Затем рассматривается кинетика на основе балансного уравнения, справедливого при малых константах связи с окружением. Демонстрируются численные результаты для стационарных распределений по числам квантов, которые имеют два пика, отвечающих классическим устойчивым состояниям, а также собственные значения матрицы перехода. Далее проводится вывод одномерного уравнения Фоккера–Планка в квазиэнергетическом представлении, демонстрируется, что квантовые функции распределения по квазиэнергетическим состояниям хорошо описываются уравнением Фоккера–Планка при достаточно высокой температуре резервуара и в отсутствие многофотонного резонанса при числах квантов вплоть до двух–трёх десятков. При этом есть существенное расхождение при малых числах заполнения резервуара, а также при значениях расстройки, соответствующих многофотонному резонансу.

Затем проводится вывод туннельного члена в уравнении Фоккера–Планка, который необходим, чтобы получить аналитические выражения для функций распределения вблизи многофотонного резонанса. Демонстрируется, что туннелирование между областями фазового портрета уравнивает населённости состояний в двух областях фазового портрета системы, если квазиэнергия этих состояний ниже некоторой критической квазиэнергии, и не влияет на функции распределения для квазиэнергий, больших критической. Это

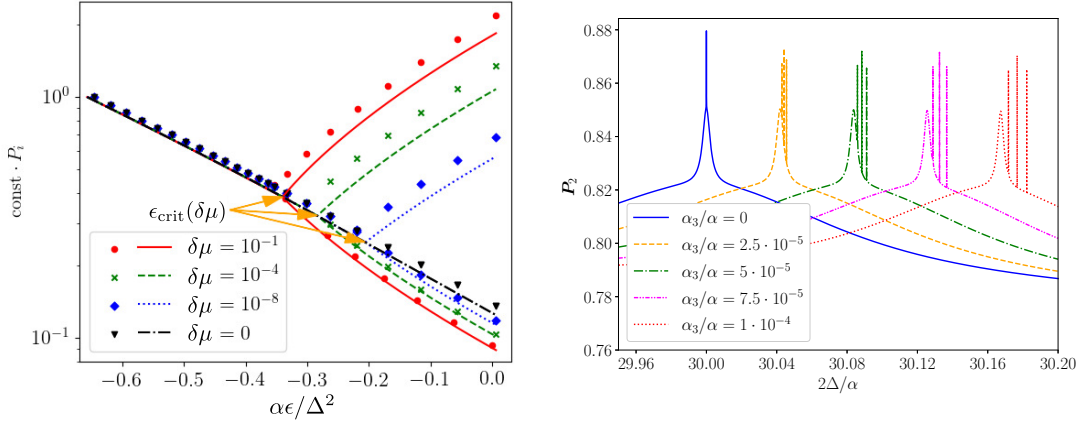


Рис. 2.4: (а) Для стационарного состояния осциллятора приведены вероятности найти осциллятор в различных собственных состояниях (каждому состоянию $|i\rangle$ соответствует точка на плоскости с координатами (ϵ_i, P_i)). Также приведены стационарные функции распределения, вычисленные из уравнения Фоккера–Планка с туннельным членом. (б) Вероятность найти осциллятор в классической области фазового портрета, соответствующей устойчивому состоянию с большей амплитудой, в зависимости от расстройки при различных нелинейностях шестого порядка α_3 .

приводит к увеличению стационарной заселённости устойчивого состояния с большей амплитудой и возрастанию средней интенсивности поля в осцилляторе. Показывается, что функции распределения, полученные из уравнения Фоккера–Планка с туннельным членом, хорошо согласуются с численными расчётами. Также они позволяют описать профиль максимумов интенсивности, соответствующих многофотонным резонансам. Наконец, рассмотрено влияние нелинейностей высших порядков на кинетику. Показывается, что зависимость туннельного члена в уравнении Фоккера–Планка от квазиэнергии модифицируется в присутствии нелинейностей высших порядков, что приводит к расщеплению максимумов интенсивности на несколько узко отстоящих пиков.

В четвёртой главе изучаются спектры флуоресценции квантового нелинейного осциллятора, пропорциональные фурье-образу корреляционной функции операторов рождения и уничтожения. Сначала для системы, взаимодействующей с дельта-коррелированным резервуаром, с помощью диаграммной техники Келдыша показывается, что среднее от операторов $\langle A(t)B(t') \rangle$, $t > t'$ можно вычислять, не учитывая корреляции системы с резервуаром в момент времени t' и рассчитывая эволюцию от t' до t с помощью линдбладовского су-

пероператора. Затем результаты численного расчёта спектров, выполненного с помощью обращения супероператора Линдблада, сравниваются с аналитическими выражениями в двух противоположных предельных случаях: в пределах слабой и сильной связи с окружением. В первом случае спектр состоит из набора узких линий, соответствующих переходам между казиэнергетическими состояниями. Во втором случае спектр можно вычислить с помощью линеаризации обобщённого уравнения Фоккера–Планка в окрестностях классических стационарных состояний. Спектр, полученный в квазиклассическом приближении, содержит пики, отстоящие от частоты внешнего поля на $\pm\omega_i$, где ω_i — периоды колебаний около устойчивых состояний осциллятора.

Вычисленные спектры флуоресценции показаны на рис. 2.5 и рис. 2.6. Во-первых, рассмотрен кроссовер между пределами сильной и слабой связи с окружением. Показано, что существует диапазон констант связи, когда ни одно из двух упомянутых выше приближений не применимо. Во-вторых, рассмотрена зависимость спектров от внешнего поля. Продемонстрирована пороговая зависимость спектров от внешнего поля, и показано, что в окрестности порога спектр одновременно содержит две пары пиков, соответствующих двум устойчивым стационарным состояниям. Далее, показано, что спектры в окрестности порога осциллирующим образом зависят от расстройки, что объясняется многофотонными резонансами. Наконец, обнаружено, что при нулевых числах заполнения резервуара спектр всегда симметричен относительно центральной частоты. В пределе слабой связи с окружением это объясняется условием детального баланса, выполненным в стационарном состоянии и проверенном численно.

В заключении приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем.

1. Для модели изолированного квантового нелинейного осциллятора в резонансном внешнем поле исследовано туннелирование между областями фазового портрета. Показано, что туннелирование имеет резонансный характер и приводит к антипересечениям уровней осциллятора как функций расстройки.

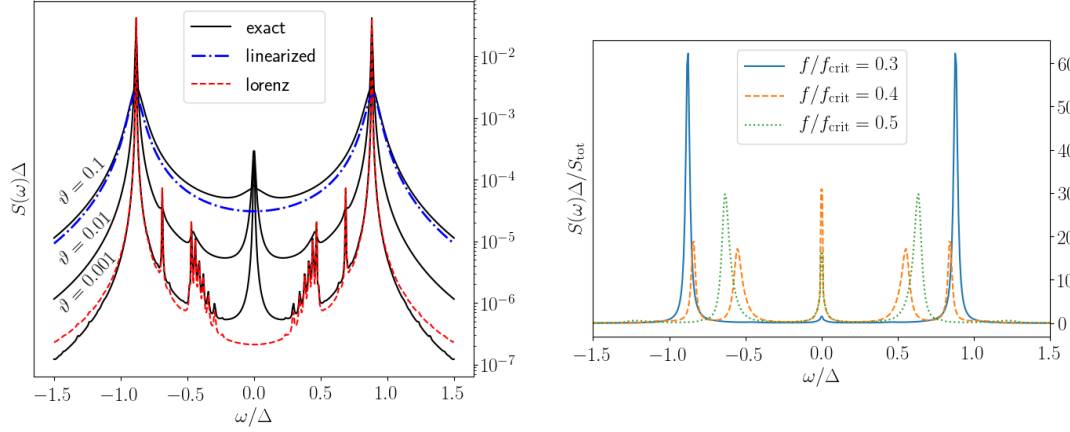


Рис. 2.5: Спектры флуоресценции осциллятора (а) при различных значениях константы связи с окружением; (б) при различных значениях внешних полей.

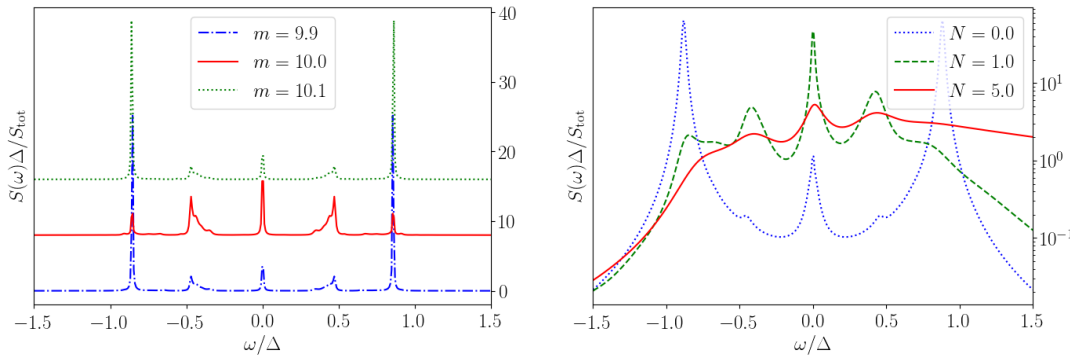


Рис. 2.6: Спектры флуоресценции осциллятора (а) при различных отстройках от многофотонного резонанса; (б) при различных числах заполнения резервуара.

2. Антипересечения уровней осциллятора происходят при целых и полуцелых отношениях расстройки к нелинейному сдвигу на один квант в диапазоне внешних полей от нуля до критического значения, при котором исчезает одно из устойчивых состояний системы. Математически это выражается как симметрия поправок невырожденной теории возмущений, которая справедлива для всех порядков.
3. Симметрия поправок теории возмущений доказана с помощью построенного в данной работе точного преобразования симметрии для аналитического продолжения матрицы гамильтониана на дробные числа заполнения.
4. Показано, что влияние туннелирования между областями фазового порт-

рета на кинетику можно учитывать, вводя туннельный член в уравнение Фоккера–Планка в квазиэнергетическом представлении, причём туннелирование имеет резонансный характер и его эффект наиболее существенен при малых отстройках от многофотонного резонанса.

5. Туннелирование увеличивает заселённость устойчивого состояния осциллятора с большей амплитудой, поэтому интенсивность поля осциллятора имеет резкие максимумы при значениях расстройки, соответствующих многофотонному резонансу. Эти максимумы имеют логарифмический профиль с дополнительной ступенчатой структурой, вызванной дискретностью квазиэнергетических уровней.
6. Нелинейность высшего порядка вызывает расщепление максимумов многофотонного резонанса на несколько близко отстоящих пиков различной ширины и интенсивности.
7. Исследованы спектры флуоресценции нелинейного осциллятора в различных режимах. Продемонстрировано, что спектры флуоресценции имеют пороговую зависимость от внешнего поля, а также меняются вблизи многофотонного резонанса.

Список публикаций автора по теме диссертации

Статьи в рецензируемых научных журналах, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus

1. Evgeny V. Anikin, Natalya S. Maslova, Nikolay A. Gippius, Igor M. Sokolov, Multiphoton resonance in a driven Kerr oscillator in presence of high-order nonlinearities, *Phys. Rev. A* 104, 053106 (2021)
2. Evgeny V. Anikin, Natalya S. Maslova, Nikolay A. Gippius, and Igor M. Sokolov, Transmission spectra of bistable systems: From the ultraquantum to the classical regime, *Phys. Rev. A* 102, 033725 (2020)

3. Natalya S. Maslova, Evgeny V. Anikin, Vladimir N. Mantsevich, Nikolay A. Gippius, and Igor M. Sokolov, Quantum tunneling effect on switching rates of bistable driven system, *Laser Phys. Lett.* 16 045205 (2019)
4. Evgeny V. Anikin, Natalya S. Maslova, Nikolay A. Gippius, and Igor M. Sokolov, Enhanced excitation of a driven bistable system induced by spectrum degeneracy, *Phys. Rev. A* 100, 043842 (2019)
5. Natalya S. Maslova, Evgeny V. Anikin, Nikolay A. Gippius, and Igor M. Sokolov, Effects of tunneling and multiphoton transitions on squeezed-state generation in bistable driven systems, *Phys. Rev. A* 99, 043802 (2019)

Список литературы

- [1] R. Bonifacio and L. A. Lugiato. Optical bistability and cooperative effects in resonance fluorescence. *Phys. Rev. A*, 18:1129–1144, Sep 1978.
- [2] H. M. Gibbs, S. L. McCall, and T. N. C. Venkatesan. Differential gain and bistability using a sodium-filled fabry-perot interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 36:1135–1138, 1976.
- [3] V.B. Braginsky, M.L. Gorodetsky, and V.S. Ilchenko. Quality-factor and nonlinear properties of optical whispering-gallery modes. *Physics Letters A*, 137(7):393 – 397, 1989.
- [4] Hannes Gothe, Tristan Valenzuela, Matteo Cristiani, and Jürgen Eschner. Optical bistability and nonlinear dynamics by saturation of cold yb atoms in a cavity. *Phys. Rev. A*, 99:013849, Jan 2019.
- [5] Farhad Azadpour and Ali Bahari. All-optical bistability based on cavity resonances in nonlinear photonic crystal slab-reflector-based fabry–perot cavity. *Optics Communications*, 437:297 – 302, 2019.
- [6] Fabio Pistolesi. Bistability of a slow mechanical oscillator coupled to a laser-driven two-level system. *Phys. Rev. A*, 97:063833, Jun 2018.

-
- [7] NA Gippius, SG Tikhodeev, VD Kulakovskii, DN Krizhanovskii, and AI Tartakovskii. Nonlinear dynamics of polariton scattering in semiconductor microcavity: Bistability vs. stimulated scattering. *EPL (Europhysics Letters)*, 67(6):997, 2004.
- [8] N. S. Maslova, R. Johne, and N. A. Gippius. Role of fluctuations in nonlinear dynamics of a driven polariton system in semiconductor microcavities. *JETP Letters*, 86(2):126, September 2007.
- [9] T. Boulier, M Bamba, A. Amo, C. Adrados, A. Lemaitre, E. Galopin, I. Sagnes, J. Bloch, C. Ciuti, E. Giacobino, and A. Bramati. Polariton-generated intensity squeezing in semiconductor micropillars. *Nature Comm.*, 5(3260):3260, February 2014.
- [10] I. Siddiqi, R. Vijay, F. Pierre, C. M. Wilson, M. Metcalfe, C. Rigetti, L. Frunzio, and M. H. Devoret. RF-driven josephson bifurcation amplifier for quantum measurement. *Physical Review Letters*, 93(20):207002, nov 2004.
- [11] P. R. Muppalla, O. Gargiulo, S. I. Mirzaei, B. Prasanna Venkatesh, M. L. Juan, L. Grunhaupt, I. M. Pop, and G. Kirchmair. Bistability in a mesoscopic josephson junction array resonator. *Phys. Rev. B*, 97:024518, 2018.
- [12] Zhaoyou Wang, Marek Pechal, E. Alex Wollack, Patricio Arrangoiz-Arriola, Maodong Gao, Nathan R. Lee, and Amir H. Safavi-Naeini. Quantum dynamics of a few-photon parametric oscillator. *Physical Review X*, 9(2):021049, jun 2019.
- [13] Patrick Winkel, Kiril Borisov, Lukas Grünhaupt, Dennis Rieger, Martin Spiecker, Francesco Valenti, Alexey V. Ustinov, Wolfgang Wernsdorfer, and Ioan M. Pop. Implementation of a transmon qubit using superconducting granular aluminum. *Phys. Rev. X*, 10:031032, Aug 2020.
- [14] P. D. Drummond and D. F. Walls. Quantum theory of optical bistability. i. nonlinear polarisability model. *J. of Physics A: Mathematical and General*, 13:725–741, 1980.

-
- [15] H. Risken, C. Savage, F. Haake, and D. F. Walls. Quantum tunneling in dispersive optical bistability. *Phys. Rev. A*, 35:1729–1739, 1987.
- [16] K. Vogel and H. Risken. Quantum-tunneling rates and stationary solutions in dispersive optical bistability. *Phys. Rev. A*, 38:2409–2422, September 1988.
- [17] B. Wielinga and G. J. Milburn. Quantum tunneling in a kerr medium with parametric pumping. *Physical Review A*, 48(3):2494–2496, sep 1993.
- [18] V I Manko, G Marmo, E C G Sudarshan, and F Zaccaria. f-oscillators and nonlinear coherent states. *Physica Scripta*, 55(5):528–541, may 1997.
- [19] M. I. Dykman and M. V. Fistul. Multiphoton antiresonance. *Phys. Rev. B*, 71:140508(R), 2005.
- [20] Tatsuhiko Shirai, Synge Todo, Hans de Raedt, and Seiji Miyashita. Optical bistability in a low-photon-density regime. *Phys. Rev. A*, 98:043802, Oct 2018.
- [21] Christian Kraglund Andersen, Archana Kamal, Nicholas A. Masluk, Ioan M. Pop, Alexandre Blais, and Michel H. Devoret. Quantum versus classical switching dynamics of driven dissipative kerr resonators. *Physical Review Applied*, 13(4):044017, apr 2020.
- [22] Xin H. H. Zhang and Harold U. Baranger. Driven-dissipative phase transition in a kerr oscillator: From semiclassical PT symmetry to quantum fluctuations. *Physical Review A*, 103(3):033711, mar 2021.
- [23] N. S. Maslova, V. N. Mantsevich, P. I. Arseyev, and I. M. Sokolov. Tunneling current induced squeezing of the single-molecule vibrational mode. *Phys. Rev. B*, 100:035307, Jul 2019.
- [24] Toni L. Heugel, Matteo Biondi, Oded Zilberberg, and R. Chitra. Quantum transducer using a parametric driven-dissipative phase transition. *Physical Review Letters*, 123(17):173601, oct 2019.
- [25] Robert Johne, Natalia S Maslova, and Nikolay A Gippius. Fluctuation-induced transitions of a bistable driven polariton system in the presence of damping. *Solid State Comm.*, 149(11-12):496–500, 2009.

- [26] K. Vogel and H. Risken. Dispersive optical bistability for large photon numbers and low cavity damping. *Phys. Rev. A*, 42:627–638, July 1990.
- [27] I. Serban and F. K. Wilhelm. Dynamical tunneling in macroscopic systems. *Physical Review Letters*, 99(13):137001, sep 2007.
- [28] L. V. Keldysh. Ionization in the field of strong electromagnetic wave. *Sov. Phys. JETP*, 20:1307, 1965.