

## О Т З Ы В

официального оппонента о диссертации Ильина Антона Сергеевича «**Стохастический транспорт в изотропных потоках**», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.3.3 – теоретическая физика

Диссертационная работа А.С.Ильина посвящена теории турбулентного переноса скалярных и векторных полей – актуальной и важной теме. История исследований в этой области охватывает около ста лет, но все еще далека от завершения. Специфические сложности данной области исследований хорошо видны на примере проблемы мелкомасштабного гидромагнитного динамо, которой посвящена большая часть диссертации. Динамика мелкомасштабного поля определяется двумя конкурирующими процессами: усилением магнитного поля из-за растяжения силовых линий и турбулентным дроблением масштабов, которое, в конечном счете приводит к омический диссипации поля. Скорости обоих процессов совпадают по порядку величины. Поэтому приближенные методы не решают проблемы. В 60-х годах прошлого века были сформулированы уравнения мелкомасштабного динамо для короткокоррелированного во времени стохастического течения с гауссовой статистикой. Однако решения этих уравнений не дают надежных критериев генерации поля ввиду грубости использованных приближений. Последовавшие множество численных экспериментов и даже наблюдения также дали противоречивые результаты.

В такой ситуации высоко **актуальным** становится развитие и применение новых методов, позволяющих приблизиться к реальной не гауссовой турбулентности с конечным временем корреляции и с учетом диффузии, а также детальный анализ физики процессов турбулентного переноса, что составляет **цель** и основное содержание диссертации.

Текст диссертации состоит из введения, 11 глав и заключения. Технические детали вычислений вынесены в три приложения. Имеется список литературы из 79 наименований, два рисунка и три таблицы.

Во **Введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертационной работы. Дан прекрасный обзор современного состояния исследований физики турбулентного переноса, где подробно обсуждаются – немногочисленные, нужно сказать – имеющиеся источники, где заложены основы подхода, развитого в диссертации. После обзора, обоснована цель и сформулированы решаемые в диссертации задачи.

**Первая глава** состоит всего из двух страниц текста, где дана общая формулировка задач и приведены основные уравнения теории турбулентного переноса.

Главы со второй по четвертую демонстрируют эффективность новых методов теории на примере классической модели Казанцева-Крейчнана (КК) дельта-коррелированного во времени течения с гауссовой статистикой.

Во **Второй главе** проведен более простой, по сравнению с оригинальным, вывод уравнений КК для корреляционных функций скалярного и векторного полей. Показано, что коэффициенты уравнений полностью определяются структурной функцией поля скоростей турбулентного потока. Этим показано соответствие новых методов классическим результатам и подготовлено их последующее применение к течениям с негауссовой статистикой.

В **Третьей главе** развит и обоснован метод стохастического квантования применительно к дифференциальным уравнениям параболического типа, частным случаем которых являются уравнения КК. Метод заключается в определении критериев для функции «эффективного потенциала», составленного из коэффициентов исходного параболического уравнения, при выполнении которых это уравнение сводится к уравнению Колмогорова-Фоккера-Планка (КФП) для некоторого стохастического уравнения Ланжевена. Так как уравнение КФП не содержит растущих решений, то выполнение таких критериев для уравнения КК мелкомасштабного динамо означает отсутствие усиления поля. Здесь видится аналогия с антидинамотеоремами теории ламинарного динамо. Ценность таких теорем заключалась в том, что практически при любом нарушении их критериев появляется эффект усиления поля. Так получается и для флуктуационных магнитных полей в турбулентном потоке.

Как показано в **Четвертой главе** диссертации, метод стохастического квантования позволяет определить скорость роста поля в теории КК. Если добавить в исходное параболическое уравнение дополнительный вклад, соответствующий затуханию поля с некоторым декрементом, то минимальная величина декремента, при которой выполняются критерии сведения к уравнению КФП, одновременно является инкрементом усиления поля. В диссертации определены скорости роста, либо затухания, для различных структурных функций турбулентного потока методом стохастического квантования.

**Пятая глава** формулирует альтернативный подход к задачам турбулентного переноса. Вместо традиционной задачи на собственные значения для линейных уравнений переноса предлагается перейти к задаче с

начальными условиями для так называемых «блобов» - возмущений, локализованных в малых пространственных областях, - для которых существенно влияние вязкости. Определены формальные точные решения уравнений переноса в терминах матричных операторов эволюции возмущений. Оператор эволюции, в свою очередь, подчиняется стохастическому уравнению с матричным мультипликативным шумом.

Нужные для описания явлений турбулентного переноса свойства этого уравнения определены в **Шестой главе** диссертации. Основная трудность в обращении с оператором эволюции связана с некоммутативностью матричных произведений. Показано, что для случая изотропной турбулентности эту трудность удастся преодолеть заменой независимых переменных. Таким путем диссертанту удалось вычислить моменты скалярных и магнитных полей при малой, но конечной диффузии, на начальном (вязком) этапе эволюции блобов с учетом отклонения от гауссовой статистики турбулентного течения.

Модель турбулентного течения, учитывающая отклонение от гауссовой статистики, представлена в **Седьмой главе** диссертации. Здесь введена конечная величина корреляций скорости третьего порядка. Тем самым учтена необратимость явления турбулентности во времени. Такая «V3-модель» дает пример обобщения модели КК для турбулентного течения с негауссовой статистикой. Неопределенность в параметрах третьей корреляции устранена с использованием результатов численных экспериментов.

В **Восьмой главе** решена задача об эволюции локализованного скалярного поля в V3-модели. Решение ограничивается вязким этапом эволюции, когда пространственный масштаб локализованного возмущения не выходит за пределы области, где турбулентную скорость из-за действия вязкости можно считать линейной функцией координат. Для этого случая, вычислены точные декременты затухания моментов произвольного порядка для флуктуаций поля. Показано насыщение величины декремента для моментов выше второго порядка. Тем самым на примере статистики скалярного поля продемонстрировано явление перемежаемости.

В **Девятой главе** рассматривается роль турбулентного переноса для частного случая системы с самодействием, определенной уравнением (9.1). Сложность такой задачи связана с тем, что помимо диффузии и переноса турбулентным течением, концентрация скалярной примеси изменяется в нелинейной, вообще говоря, пропорции к самой концентрации. Подробно рассмотрена динамика концентрации такой «самодействующей» примеси в зависимости от соотношения характерных времен диффузии, переноса и самодействия.

**Десятая глава**, по-видимому, является центральной в диссертации. Здесь проведено довольно полное рассмотрение эволюции флуктуационных магнитных полей для случая больших магнитных чисел Прандтля. Установлены важные соответствия между локальными концентрациями магнитного поля в так называемых «блобах» и однородными в статистическом смысле флуктуационными полями. Центральным моментом здесь является установленное диссертантом энергетическое соответствие между энергией блоба и плотностью энергии распределенного поля. Детально проанализирована динамика блобов на трех этапах их эволюции, когда 1) магнитное поле можно считать замороженным, 2) когда вступает в действие магнитная диффузия, но поле скоростей на масштабе блоба все еще можно считать линейной функцией координат и 3) когда размер блоба выходит за пределы масштабов вязкой диссипации. Предложена оригинальная наглядная интерпретация динамики блобов в терминах их топологических изменений. Определены скорости роста моментов поля в V3 модели. Показано, что скорость усиления флуктуационного магнитного поля уменьшается с учетом необратимости турбулентного течения во времени.

В заключительной **Одиннадцатой главе** рассматривается эволюция гиперповерхностей, замороженных в стохастическое течение в пространстве произвольной размерности. Найдена серия из  $n-1$  новых интегралов движения для стохастических течений в  $n$ -мерном пространстве.

В **Заключении** перечислены основные результаты диссертации с указанием статей, в которых они опубликованы.

**Новизна** и ценность диссертации определяется тем, что в ней развиты и обоснованы новые методы определения асимптотик параболических уравнений переноса, методы анализа эволюции локализованных концентраций стохастических полей. Доказаны теоремы о коммутативности составляющих матричного оператора эволюции, что позволило довести решения ряда задач теории турбулентного переноса «до числа», что является несомненным достижением диссертанта. Новым и важным результатом является также выход за пределы традиционного предположения о гауссовой статистике турбулентного течения и учет его необратимости во времени в рамках оригинальной V3 модели.

**Достоверность** результатов диссертации подтверждается тем, что они воспроизводят ранее известные хорошо установленные сведения в качестве частных предельных случаев. Результаты полностью опубликованы в рецензируемых изданиях, апробированы на конференциях и семинарах в ведущих отечественных научных центрах.

Полученные в диссертации точные результаты могут быть использованы для оценки достоверности численных экспериментов по гидродинамической турбулентности и связанным с ней явлениям переноса. Результаты диссертации важны для понимания происхождения химических элементов в астрофизике, процессов генерации магнитных полей. Это определяет **практическую значимость** диссертационной работы.

В целом, содержание диссертации можно квалифицировать как **научное достижение в теории турбулентного переноса**.

Как, вероятно, к любой масштабной научной работе, к данной диссертации имеются вопросы и замечания, которые носят дискуссионный характер и, в основном, относятся к ее структуре и оформлению:

1. Как утверждается в таблице на стр.116, на диффузионном этапе эволюции поле растет с меньшим инкрементом по сравнению с этапом вмороженности. Однако само понятие инкремента, или скорости роста, в полной мере применимо лишь к задаче на собственные значения, где оно относится к доминирующей собственной моде. Скорость роста определяется свойствами турбулентного течения и электропроводностью турбулентного вещества. Его зависимость от времени в линейной задаче о динамике поля вызывает сомнения и вопрос: что может сообщить распределенному стохастическому полю о том, что с момента его формального разбиения на блобы прошло достаточно времени, чтобы какой-либо размер блобов уменьшился достаточно для включения диффузии и уменьшения скорости роста? Ведь начальный момент разбиения на блобы может быть выбран произвольно.

В любом случае, применимость скорости роста как показателя в экспоненциальной зависимости от времени к задаче с начальными условиями об эволюции блобов и ее согласованность с «энергетическим соответствием» требует более детального обсуждения, чем это сделано в диссертации.

2. Вряд ли оправдано дробление материала диссертации на 11 глав. Это создает трудности в определении основных результатов. Первая глава из двух страниц текста могла бы быть частью Введения. Объединение глав со второй по четвертую, а также пятой и шестой, сделало бы изложение более сфокусированным. Аналогичное замечание относится и к защищаемым положениям.
3. Допущены неточности в комментариях к уравнениям. Так, после первого уравнения на стр.8 сказано, что оно описывает затухание плотности скаляра. Однако полное содержание – интеграл по объему

– для этого уравнения изменяется только из-за потоков через границы объема, и в этом смысле сохраняется.

Выборочная и довольно редкая нумерация уравнений, как и отсутствие подписей к рисункам, создают трудности для чтения диссертации.

4. Имеется довольно много неточностей в списке литературы. Так, в работе [9] допущено сразу две ошибки в именах авторов, ссылка на работу [26], опубликованную в ЖЭТФ, дана в латинской транскрипции, на стр.33 дана ссылка на работу [84], хотя список литературы включает 79 наименований...

Указанные недостатки не меняют общего положительного впечатления от диссертации и не снижают ее высокой оценки.

Все результаты диссертации опубликованы в 12 статьях в изданиях, включенных в список ВАК, или индексируемых в международных библиографических базах Web of Science и Scopus.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации и позволяет достоверно судить о ее качестве.

Диссертационная работа **«Стохастический транспорт в изотропных потоках»** представляет законченное исследование, обладающее научной новизной и имеющее теоретическую и практическую ценность. Диссертация соответствует критериям, установленным Положением о присуждении ученых степеней (№842 от 24.09.2013 г., п.23), а ее автор – **Ильин Антон Сергеевич** – заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.3.3 – Теоретическая физика.

Кичатинов Леонид Леонидович,  
доктор физико-математических наук (специальность 01.03.03 – Гелиофизика  
и физика солнечной системы), главный научный сотрудник Отдела  
радиоастрофизики Федерального государственного бюджетного учреждения  
науки Институт солнечно-земной физики СО РАН, г. Иркутск.

Почтовый адрес: 664033, Иркутск, ул. Лермонтова, 126А.  
E-mail: [kit@iszf.irk.ru](mailto:kit@iszf.irk.ru); тел.: 8-(395)-242-82-65

Я, Кичатинов Леонид Леонидович, даю согласие на включение моих  
персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного  
совета и их дальнейшую обработку.

Официальный оппонент,  
доктор физ.-мат. наук

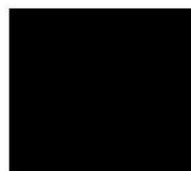


Л.Л.Кичатинов

Подпись доктора физ.-мат. наук Кичатинова Л.Л. заверяю.



Ученый секретарь ИСЗФ СО РАН,  
к.ф.-м.н.  
25.04.2024



И.И.Салахутдинова

Список основных публикаций официального оппонента по теме рассмотренной диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет:

1. Kitchatinov L.L. Flux tubes forming instability near the base of rotating convection zone: A possible explanation for the low latitudes of sunspots. - *ApJ*, 2020, 893, id.:131.
2. Kitchatinov L.L., Potravnov I.S., Nepomnyashchikh A.A. Longitudinal drift of Tayler instability eigenmodes as a possible explanation for super-slowly rotating Ap stars. - *Astron. Astrophys.* 2020, 638, id.:L9.
3. Kitchatinov L., Khlystova A. Dynamo model for North-South asymmetry of solar activity. - *ApJ*, 2021, 919, id.:36.
4. Hazra G., Nandy D., Kitchatinov L., Choudhuri A.R. Mean field models of flux transport dynamo and meridional circulation in the sun and stars. - *Space Science Reviews*, 2023, 219, id.:39.